une généralisation de la théorie de Coulomb pour le calcul de la poussée et de la butée des terres

a generalisation of Coulomb's theory to calculate active and passive thrust in soils

Dr. Ing. A. STANCIU
Faculté de Constructions d'Iassy (Roumanie)
Laboratoire de Géotechnique Routière et des Ouvrages Souterrains*

Rev. Franç. Géotech. n° 50, pp. 39-59 (janvier 1990)

Résumé

On présente ci-après une généralisation du calcul de la poussée et de la butée des terres selon l'hypothèse de Coulomb, pour le cas d'un sol avec cohésion, d'une adhérence mur-sol non nulle et d'une action sismique de direction quelconque. On donne les calculs analytiques de la poussée et de la butée ainsi que des valeurs extrêmes (minimum et maximum) de la fonction de poussée. On présente également une méthode de résolution graphique (Culmann) pour le cas général.

Abstract

This paper deals with the calculation of active and passive thrust generated in soils, by a seismic force, applied in any direction. The procedure follows Coulombs hypothesis for cohesive soils, considering the adhesion developed between the soil and the wall. The paper presente the algorithm utilized in calculating the extreme values (minimum and maximum) of the thrust corresponding to passive and active thrust. In addition, it also presents the graphical solution (Culmann) for the general case.

* Splai Bahlui 43, Iassy 6600, Roumania

1. INTRODUCTION

Les théories utilisées pour le calcul de la poussée et de la butée des terres sur les murs de soutènements reposent sur l'une des hypothèses suivantes (VERDEYEN et al. 1971) :

a. le sol est supposé en état d'équilibre limite ou plastique (méthodes de Rankine, de Caquot, etc.) ;

b. derrière l'écran de soutènement se forme un coin de glissement dont l'équilibre statique permet le calcul de la poussée ou de la butée (méthode de Coulomb avec les compléments de CULMANN, PONCELET, REBAHN, MONONOBE-OBAKE, TERZAGHI, etc.) ;

c. le sol situé derrière le mur de soutènement est supposé avoir un comportement élastique (méthode de B. Hansen, etc.).

La plupart des théories, quelle que soit l'hypothèse employée, sont développées séparément pour le cas de la poussée et pour celui de la butée bien qu'il s'agisse du minimum et du maximum du même phénomène.

La méthode de Coulomb (1776), fondée sur l'hypothèse b, est applicable dans la plupart des cas pratiques en tenant compte ou non des compléments ultérieurs de PONCELET (1830), CULMANN (1866), REBAHN (1871), MONONOBE-OKABE (1929) et KREY (1936). Elle constitue une méthode analytique, voire graphique pour certains cas particuliers. On propose une généralisation de cette théorie, dans le cadre des hypothèses classiques (BOWLES, 1982 ; BELES et VOINEA, 1958) au cas d'un sol avec cohésion, d'une adhérence non nulle entre l'écran de soutènement et le sol et d'une action sismique de direction quelconque.

Poussée et butée sont obtenues par le même calcul et correspondent aux valeurs minimales et maximales de la fonction de la poussée.

2. ÉQUATIONS DE LA MÉTHODE DE COULOMB GÉNÉRALISÉE

Soit le massif cohérent de la figure 1 soutenu par un mur de soutènement. Suivant l'hypothèse de Coulomb, un déplacement de l'écran de soutènement

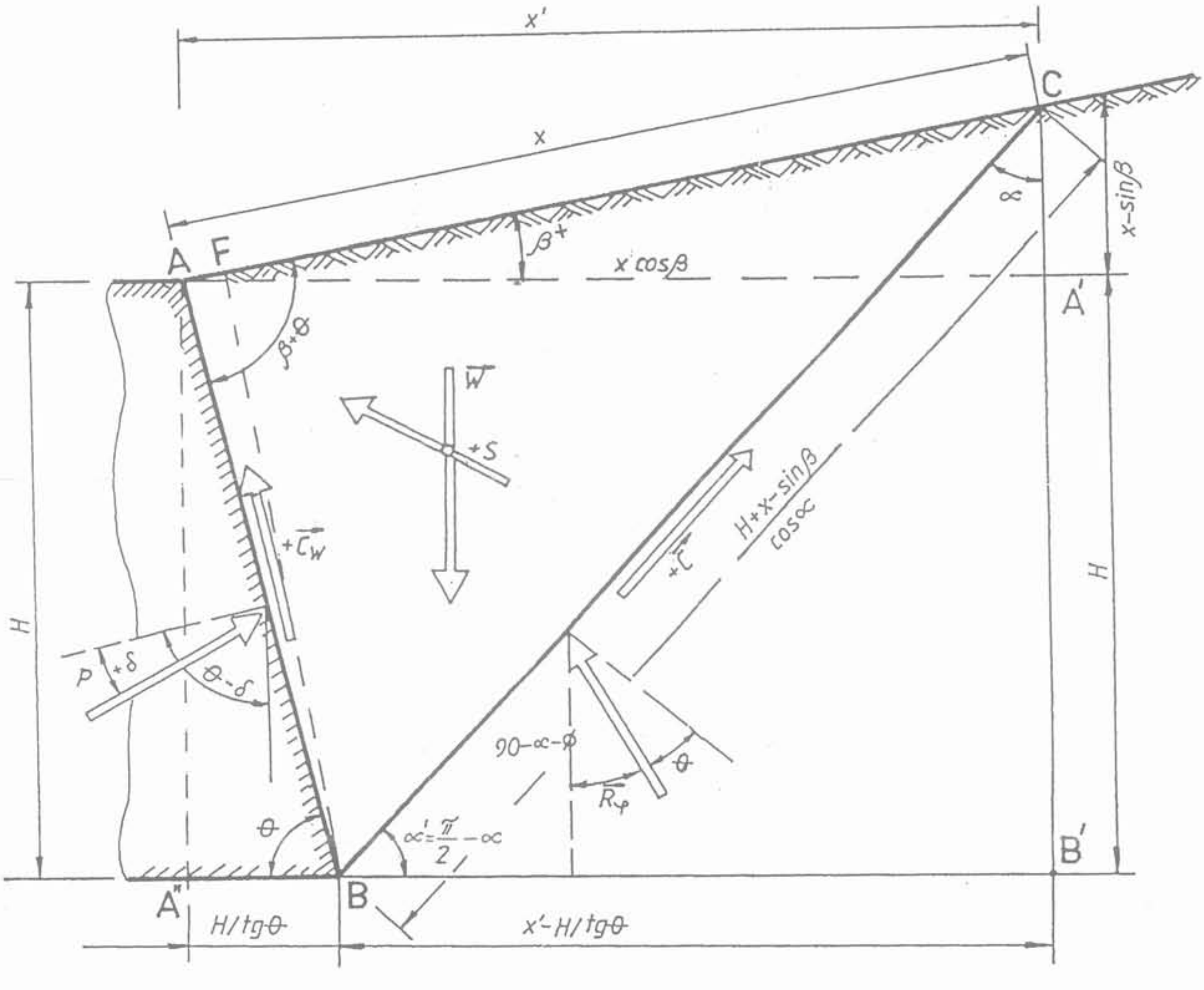


Fig. 1. — Schéma de calcul dans la méthode Coulomb généralisée.
Fig. 1 — Calculation scheme of generalized Coulomb's method.

conduit à un prisme de rupture ABC. En supposant l'angle de frottement interne ($\varnothing$) ainsi que la cohésion (c), respectivement l'adhérence (c_w), complètement mobilisés sur le plan de rupture BC, les forces qui agissent sur le prisme sont :

$\vec{W}$ - le poids du prisme de glissement ABC, qui tend à glisser ;

$\vec{C}$ - la résultante des forces de cohésion mobilisées sur la surface de glissement $\overline{BC}$;

$\vec{R}_{\varnothing}$ - la résultante des composantes normales et des forces de frottement mobilisées le long de la surface potentielle de glissement, inclinée à l'angle $\varnothing$ sur la normale ;

$\vec{S}$ - la force sismique considérée comme agissant au centre de gravité du prisme de glissement ;

$\vec{C}_w$ - la résultante des forces d'adhérence mur-sol mobilisées intégralement sur l'interface $\overline{AB}$;

$\vec{P}$ - la poussée (la réaction) du sol exercée sur le mur de soutènement par le prisme de glissement considéré (ABC), incliné de δ par rapport à la normale.

L'équilibre statique du coin de glissement (ABC), considéré comme solide rigide, impose, qu'en tout point (par exemple le point B), le torseur du système des forces extérieures soit nul :

$$\begin{matrix} \vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{O} \\ \vec{M} = \sum (\vec{r}_i \times \vec{F}_i) = \vec{O} \end{matrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Sigma x_i \\ \Sigma y_i \\ \Sigma M_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Les relations (1) se traduisent graphiquement par la fermeture du polygone vectoriel (fig. 2) et par le fait que les derniers rayons-vecteurs du polygone funiculaire se superposent.

2.1. Expressions des forces

2.1.1. Poids du prisme de glissement

A partir des notations de la figure 1, le poids propre du prisme de glissement est :

$$W = 0{,}5 \,.\, x \,.\, \overline{BF} \,.\, \gamma \,.\, 1 \quad \text{avec}$$

$$\overline{BF} = \overline{AB}.\sin(\Theta + \beta) \text{ et } \overline{AB} = H/\sin\Theta$$

$$\overline{BF} = H.\sin(\Theta + \beta) / \sin\Theta$$

$$\text{d'où } W = 0{,}5.x.H.\gamma.\sin(\Theta + \beta)/\sin\Theta \quad (2)$$

où γ est le poids volumique du sol.

La force sismique dont l'orientation est donnée dans les figures 1 et 2, est prise égale à :

$$S = W\,K_s \quad (3)$$

où W est le poids propre du prisme de glissement et K_s le coefficient sismique, défini comme le rapport entre l'accélération sismique (a_s) et l'accélération gravitationnelle (g).

Les composantes de la force sismique sont :

— selon la direction horizontale $S_h = m.a_h$

— selon la direction verticale $S_v = m.a_v$ (4)

où a_v et a_h sont les composantes de l'accélération du mouvement sismique suivant les deux directions, et (m) la masse du prisme de glissement.

En conformité avec les relations (2), (4) et le polygone des forces de la figure 2 on peut considérer la force $\vec{W}' = \vec{W} + \vec{S}$, d'intensité :

$$W' = (W - S_v)/\cos\Theta_o \quad (5)$$

où : $\Theta_o = \text{arc tg}\,[S_h/(W - S_v)]$ $\Theta_o =$

$$\text{arc tg}\,[(a_h/g)/(1 - a_v/g)] \quad \text{d'où}$$

$$\Theta_o = \text{arc tg}\,[K_{sh}/(1 - K_{sv})] \quad (6)$$

où K_{sv} et K_{sh} sont respectivement les valeurs des coefficients sismiques suivant les directions verticale et horizontale.

En tenant compte de la relation (2), la relation (5) s'écrit :

$$W' = W\,(1 - W.K_{sv}/W) / \cos\Theta_o$$
$$W' = 0{,}5 \,.\, x \,.\, H \,.\, \gamma \,.\, (1 - K_{sv}).$$
$$\sin(\Theta + \beta)/(\cos\Theta_o.\sin\Theta) \quad (7)$$

On peut alors définir le poids propre réduit W" du prisme de glissement par l'expression :

$$W'' = W' - C.\cos(\alpha - \Theta_o) - C_W.\sin(\Theta - \Theta_o) \quad (8)$$

où C est la résultante des forces de cohésion sur la surface de glissement considérée et

C_W la résultante des forces d'adhérence sur le mur de soutènement.

La résultante des forces de cohésion a pour expression :

$$C = \overline{BC}.c \text{ soit } C = c.(H + x.\sin\beta)/\cos\alpha \quad (9)$$

La résultante des forces d'adhérence entre le mur et le sol est :

$$C_W = \overline{AB}.c_W \text{ soit } C_W = c_w.H/\sin\Theta \quad (10)$$

En remplaçant dans la relation (8) les forces C et C_W par les expressions (9) et (10) on obtient :

$$W'' = 0{,}5 \,.\, x.H.\gamma.\, \frac{(1 - K_{sv})}{\cos\Theta_o} \,.\, \frac{\sin(\Theta + \beta)}{\sin\Theta} - c.(H + x\sin\beta)\frac{\cos(\alpha - \Theta_o)}{\cos\alpha} - c_w.H \,.\, \frac{\sin(\Theta - \Theta_o)}{\sin\Theta} \quad (8a)$$

Explicitant dans la relation (8a) les termes :

$$\sin(\Theta + \beta)/\sin\Theta = \cos\beta.(1 + \text{cotg}\,\Theta.\text{tg}\,\beta)$$
$$\sin(\Theta - \Theta_o)/\sin\Theta = \cos\Theta_o.(1 - \text{cotg}\,\Theta.\text{tg}\Theta_o)$$
$$\cos(\alpha - \Theta_o)/\cos\alpha = \cos\Theta_o.(1 + \text{tg}\,\alpha.\text{tg}\Theta_o).$$

On obtient :

$$\begin{aligned} W'' &= 0{,}5.x.H.\gamma.(1-K_{sv}).\cos\beta.(1+\text{cotg}\Theta.\text{tg}\beta)/\cos\Theta_o \\ &- c.(H+x.\sin\beta).\cos\Theta_o \\ &- c.(H+x.\sin\beta).\text{tg}\alpha.\text{tg}\Theta_o \\ &- c_w.H.\cos\Theta_o.(1-\text{cotg}\Theta.\text{tg}\Theta_o) \end{aligned} \quad (8b)$$

Or, d'après la figure 1 le paramètre (tgα) est égal à :

$$\text{tg}\alpha = \overline{BB'}/(H+x.\sin\beta)$$

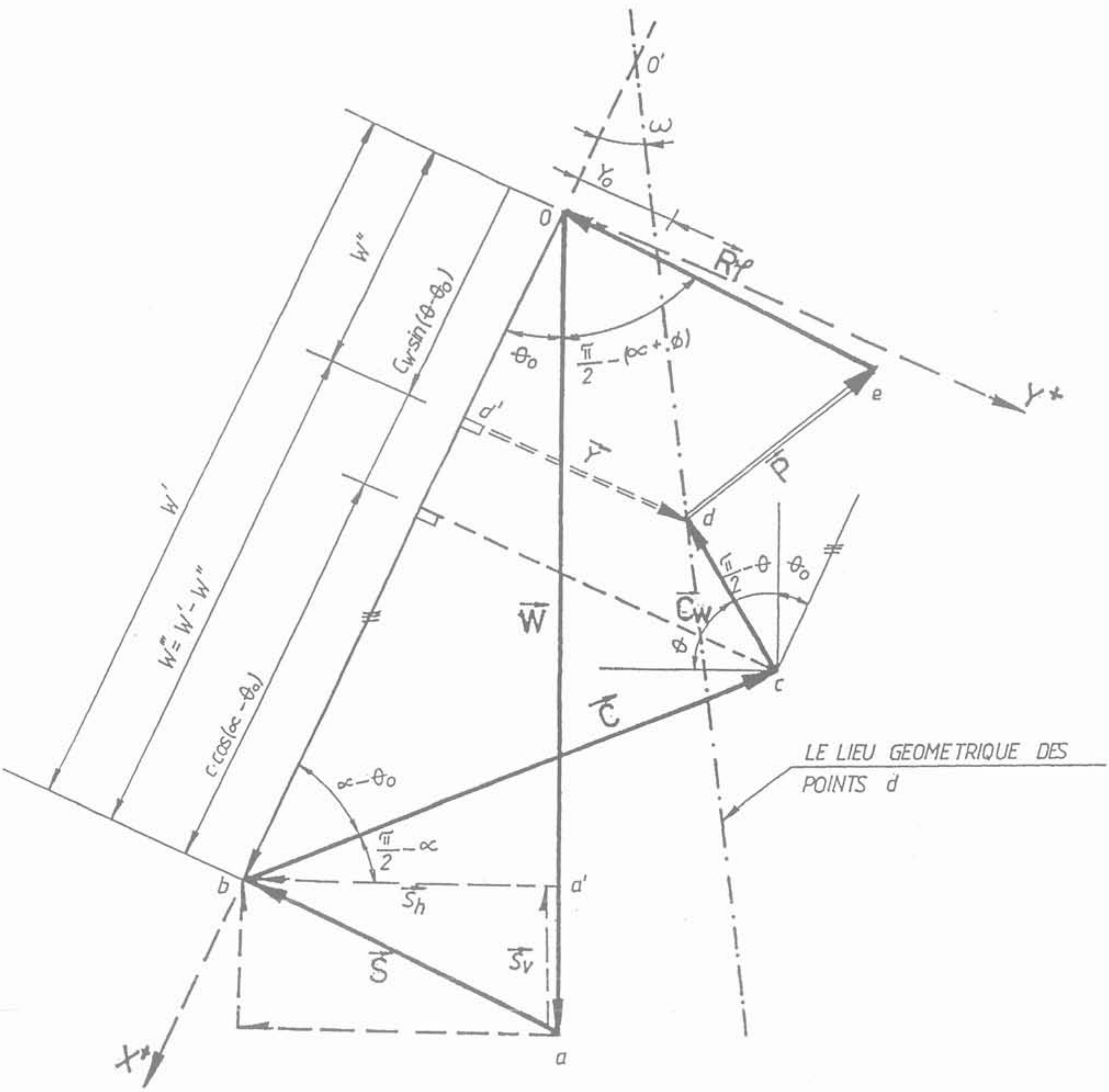


Fig. 2. — Le polygone vectoriel.
Fig. 2. — The vector polygon.

soit $tg\alpha = (x.\cos\beta - H.\cotg\Theta)/(H + x.\sin\beta)$ (11)

et la relation (8b), après regroupement des termes, devient :

$$W" = 0{,}5.x.\cos\beta.H.\gamma \left[\frac{1-K_{sv}}{\cos\Theta_o}(1+\cotg\Theta.tg\beta) - \frac{2.c}{\gamma.H}.\cos\Theta_o\ (tg\beta + tg\Theta_o)\right]$$
$$- c.H.\cos\Theta_o\ (1 - \cotg\Theta.tg\Theta_o).(1+\eta) \quad (8c)$$

où $\eta = c_w/c$.

En utilisant les notations (fig. 1) :

$$x' = x.\cos\beta \text{ et}$$

$$\gamma_r = \gamma.\left[\frac{1-K_{sv}}{\cos\Theta_o}\cdot(1 + \cotg\Theta.tg\beta) - \frac{2.c}{\gamma.H}\cdot\cos\Theta_o.(tg\beta + tg\Theta_o)\right] \quad (12)$$

la dernière définissant le poids volumique réduit, l'expression du poids réduit du prisme de glissement devient :

$$W'' = 0{,}5.x'.H.\gamma_r - c.H.(1+\eta).\cos\Theta_o\ (1 - \text{cotg}\Theta.\text{tg}\Theta_o) \quad (13)$$

2.1.2. *Expression de la force $\vec{Y}$*

A partir de la figure 2 (polygone vectoriel) on peut définir la force $\vec{Y}$, de direction perpendiculaire à celle de $\vec{W}''$, comme la résultante des forces, $\vec{W}'''$, $\vec{C}$ et $\vec{C}_W$:

$$\vec{Y} = \vec{W}''' + \vec{C} + \vec{C}_W \quad (14)$$

Son intensité est :

$$Y = C.\sin.(\alpha - \Theta_o) - C_W.\cos.(\Theta - \Theta_o) \quad (15)$$

Remplaçant dans la relation (15) les expressions de C et C_W, données par les relations (9) et (10) on obtient :

$$Y = c.(H+x.\sin\beta).\sin\ (\alpha - \Theta_o)/\cos\alpha - c_W.H.\cos\ (\Theta - \Theta_o)/\sin\Theta \quad (16)$$

En utilisant les relations :

$$\sin\ (\alpha - \Theta_o)/\cos\alpha_o = \cos\Theta_o.(\text{tg}\alpha - \text{tg}\Theta_o),$$
$$\cos\ (\Theta - \Theta_o)/\sin\Theta_o = \cos\Theta_o.(\text{cotg}\ \Theta + \text{tg}\Theta_o)$$

et la relation (11) pour tgα, l'expression (16) s'écrit :

$$Y = c.x'.\cos\Theta_o.(1 - \text{tg}\beta.\text{tg}\Theta_o) - c.H.\cos\Theta_o.(1 + \eta).(\text{cotg}\Theta + \text{tg}\Theta_o) \quad (17)$$

2.2. Tracé du polygone vectoriel

En examinant les relations (13) et (17), qui donnent les expressions de W'' et Y, on observe que la seule variable dimensionnelle est la longueur x' qui fixe la position du plan de glissement. Dans un système de coordonnées rectangulaires YOX (l'axe OX coïncidant avec la direction de W', fig. 2), W'' et Y représentent les coordonnées du point (d), soit :

$$\begin{cases} W'' = 0{,}5.x'.H\gamma_r - c.H.\cos\Theta_o.(1 + \eta).(1 - \text{cotg}\ \Theta.\text{tg}\Theta_o) & (13) \\ Y = c.x'.\cos\Theta_o.(1 - \text{tg}\beta.\text{tg}\Theta_o) - c.H.\cos\Theta_o.(1 + \eta).(\text{cotg}\Theta + \text{tg}\Theta_o) & (17) \end{cases}$$

et par suite les équations paramétriques de la droite O'd en fonction du paramètre x'. On peut obtenir l'équation réduite de cette droite (Y = a W'' + b) par élimination de x' entre les relations (13), (17).

A partir de l'équation (13), on tire x' :

$$x' = \frac{2.W''}{\gamma_r.H} + \frac{2.c}{\gamma_r}\cdot(1 + \eta).\cos\Theta_o.(1 - \text{cotg}\Theta.\text{tg}\Theta_o) \quad (18)$$

En remplaçant dans la relation (17) on obtient l'expression :

$$Y = \frac{2c}{\gamma_r.H}\cdot\cos\Theta_o.1 - \text{tg}\beta.\text{tg}\Theta_o).W'' + c.H\cdot\frac{2c}{\gamma_r.H}.\cos\Theta_o.(1 - \text{tg}\beta.\text{tg}\Theta_o).(1 + \eta).\cos\Theta_o.(1 - \text{cotg}\Theta.\text{tg}\Theta_o) - c.H.(1+\eta).\cos\Theta_o.(\text{cotg}\Theta + \text{tg}\Theta_o) \quad (19)$$

qui est de la forme Y = a.W'' + b. En utilisant les notations :

$a = \text{tg}\omega$

$$\text{où}\ \text{tg}\omega = \frac{2c}{\gamma_r.H}\cdot\cos\Theta_o.(1 - \text{tg}\beta.\text{tg}\Theta_o) \quad (20)$$

et $b = Y_o$

$$\text{où}\ Y_o = c.H.\text{tg}_\omega.(1+\eta).\cos\Theta_o.(1 - \text{cotg}\Theta.\text{tg}\Theta_o) - c.H.(1 + \eta).\cos\Theta_o.(\text{cotg}\ \Theta + \text{tg}\Theta_o) \quad (21)$$

l'équation de la droite O'd (19), lieu géométrique des points (d) du polygone vectoriel, s'écrit :

$$Y = W''.\text{tg}\omega + Y_o \quad (22)$$

De même avec les notations :

$$\xi = c/(\gamma_r.H)\ ;\ \xi_1 = c/(\gamma.H)\ ;$$
$$a_1 = (1 + \eta)\sin\ (\Theta - \Theta_o)/\sin\Theta\ ;$$
$$a_2 = (1 + \eta).\cos\ (\Theta - \Theta_o)/\sin\Theta\ ;$$
$$a_3 = a_1.\text{tg}\omega - a_2\ ;$$
$$a_4 = (1 - K_{sv}).(1 + \text{cotg}\ \Theta\ \text{tg}\beta)/\cos\Theta_o - 2.\xi_1.\cos\Theta_o.(\text{tg}\beta + \text{tg}\ \Theta_o)$$

les relations (12), (13), (20) et (21) deviennent :

$$\begin{cases} \gamma_r = \gamma.a_4 & (12a) \\ W'' = 0{,}5.\gamma_r.H.(x' - 2\ \xi.H.a_1) & (13a) \\ \text{tg}\omega = 2.\xi_1.\cos\ (\beta + \Theta_o)/(a_4.\cos\beta) & (20a) \\ Y_o = c.H.a_3 & (21a) \end{cases}$$

et le polygone des forces de la méthode de Coulomb généralisée, présentée à la figure 2, peut être tracé, comme indiqué à la figure 3.

Le plan de glissement BC considéré étant d'inclinaison (α) quelconque, la poussée ou la butée seront obtenues en déterminant les valeurs extrêmes de la force $P = f(\alpha)$.

La résolution peut être faite graphiquement ou analytiquement.

3. MÉTHODE GRAPHIQUE (CULMANN GÉNÉRALISÉ)

Il est possible de déterminer la poussée des terres non cohérentes à l'aide de la méthode graphique de Culmann (BELES et VOINEA, 1958 ; BOWLES, 1982, etc.). Celle-ci consiste à construire les polygones vec-

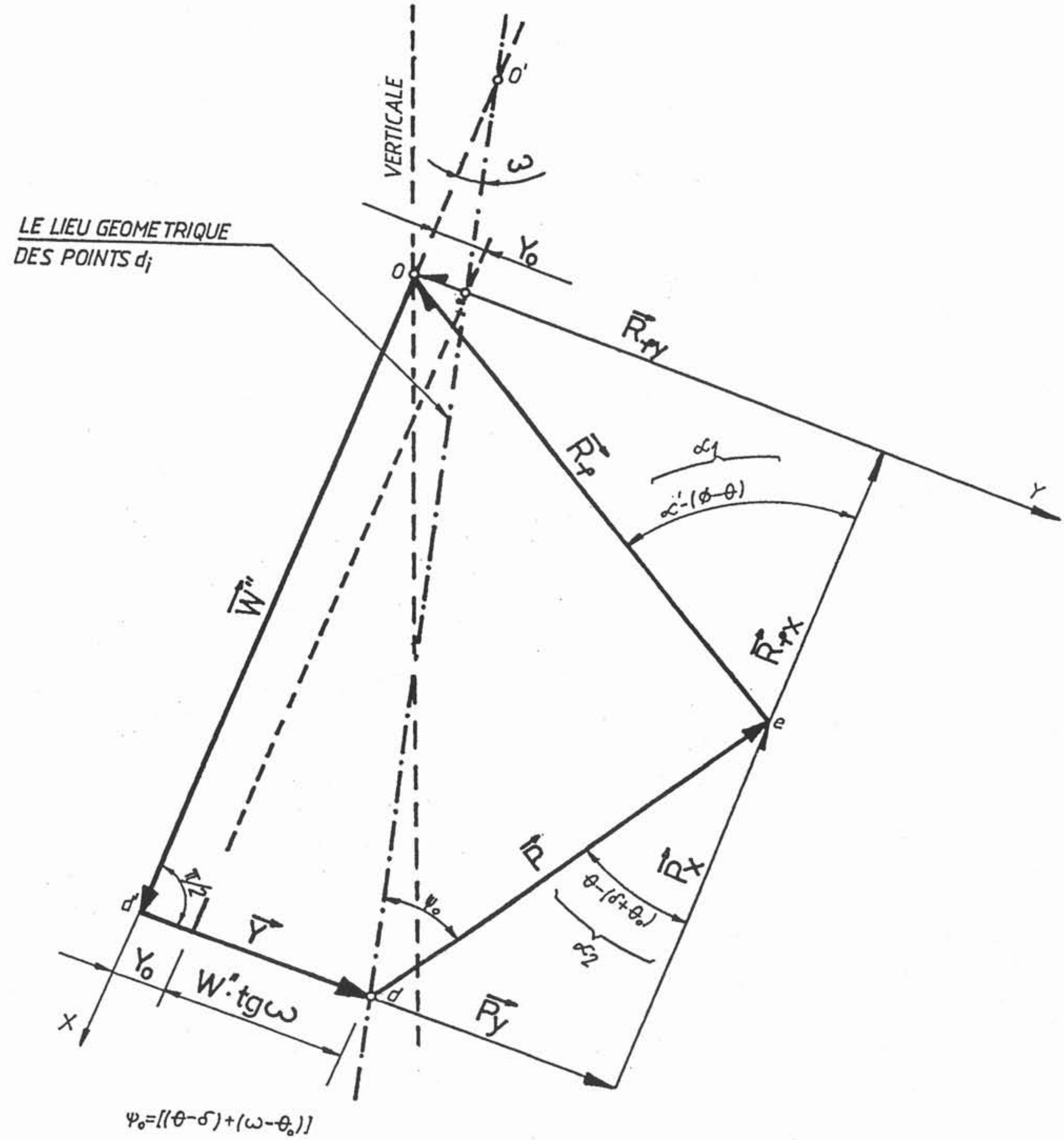


Fig. 3. — Le polygone vectoriel dans la méthode Coulomb généralisée.
Fig. 3. — The vector polygon of generalized Coulomb's method.

toriels pour des prismes de glissement successifs et à placer par rotation le vecteur $\vec{R}_\emptyset$ dans la direction du plan de glissement BC.

Dans la méthode de Coulomb généralisée, il est nécessaire de faire tourner le polygone vectoriel de la figure 3 de telle manière que le vecteur $R_\emptyset$ se superpose à la direction du plan de glissement BC (fig. 4). En se reférant à la figure 3, il en résulte les étapes suivantes pour obtenir les différents points (e_i), de la ligne de Culmann, correspondant à des surfaces successives de glissement (fig. 4 et fig. 5) :

— on trace la ligne de talus naturel (Ox), correspondant au cas c = 0, $\Theta_o \neq 0$, inclinée à l'angle ($\emptyset - \Theta_o$) par rapport à l'horizontale ;

— on trace dans le système d'axes YOX, la droite O'd appelée ligne conventionnelle de talus naturel et correspondant à une poussée nulle pour le cas c $\neq$ 0,

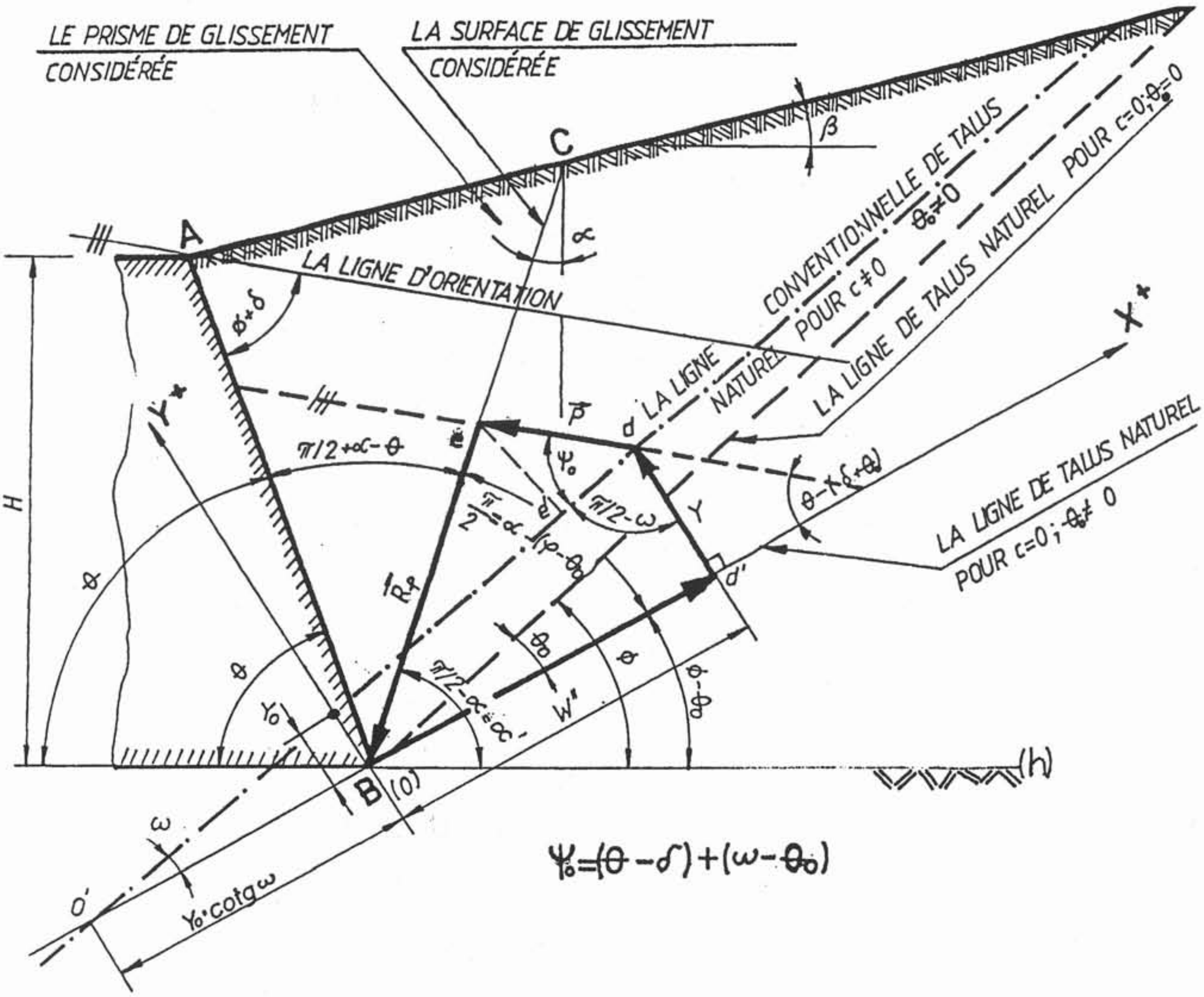


Fig. 4. — Le principe de la construction Culmann généralisée.
Fig. 4. — Principle of the generalized Culmann method.

$\Theta_o \neq 0$. Sa pente est (ω) et son ordonnée à l'origine Y_o ;

— on place sur l'axe Ox le poids réduit du prisme de glissement considéré, correspondant à l'abscisse du point (d') ;

— par le point (d') on mène une perpendiculaire à la ligne conventionnelle de talus naturel (pour le cas $c \neq 0$, $\Theta_o \neq 0$), ce qui donne le point d ;

— par le point d on mène une parallèle à la ligne d'orientation, inclinée de $(\emptyset + \delta)$ par rapport au parament du mur AB, jusqu'au point (e) où elle coupe la trace de la surface de glissement considérée ;

— les différents points (e), correspondant à des surfaces successives de glissement, déterminent la ligne de Culmann (fig. 5) ;

— on trace la tangente à la ligne de Culmann, parallèle à la ligne conventionnelle de talus naturel (pour $c \neq 0$, $\Theta_o \neq 0$), ce qui détermine ainsi le point de contact (T) ;

— par le point (T) on trace la parallèle à la ligne d'orientation qui rencontre la ligne conventionnelle de talus naturel au point T' ;

— le segment $\overline{TT'}$ représente dans l'échelle des forces l'intensité de la poussée ($Pa = \overline{TT'}$) exercée par le massif cohérent et tenant compte de l'adhérence et de l'action sismique.

Dans le cas où sur la surface du massif soutenu agit une surcharge uniformément repartie d'intensité (q), le polygone vectoriel de la figure 3 se modifie conformément à la figure 6.

On peut intégrer la surcharge Q dans le poids du prisme de glissement (ABC) et définir ainsi un poids équivalent (W_o), comme dans le cas du massif sans surcharge, ce qui rend possible la construction des mêmes polygones vectoriels à condition de modifier le poids volumique $\gamma \rightarrow \gamma_{eh}$ et l'angle $\Theta_o \rightarrow \Theta'_o$ en fonction du type de surcharge (b ou c) (fig. 6). Par conséquent, les étapes de la construction graphique de la ligne Culmann sont les mêmes et seule la

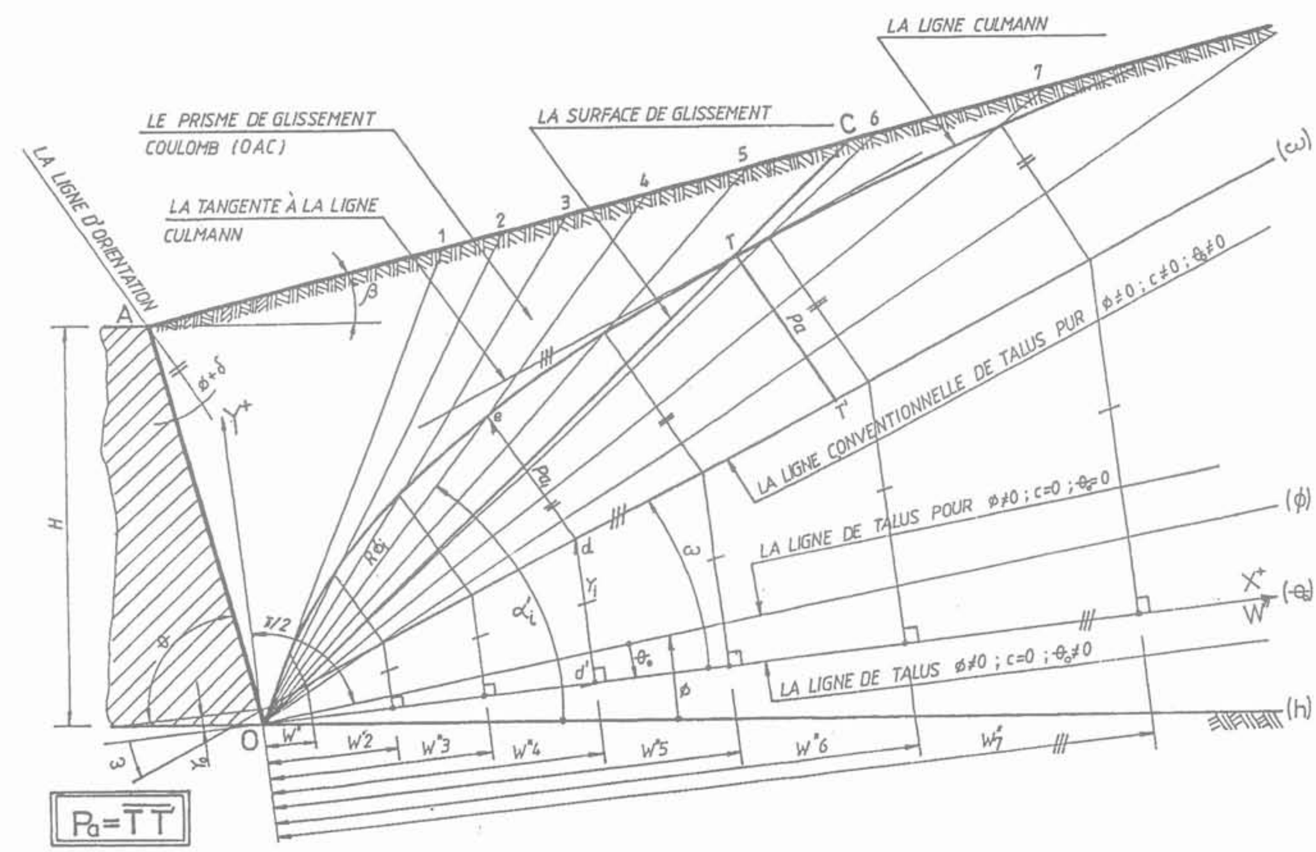


Fig. 5. — La détermination de la poussée des sols cohérents par le procédé graphique tenant compte du séisme.
Fig. 5. — Determination of the active thrust in a cohesive soil, with seimic action, using the graphic method.

valeur du poids volumique réduit (γ_r) est modifiée.

Ainsi dans les relations (12) et (12a) le poids volumique γ sera remplacé par :

$$\gamma_{eh} = \gamma.(1 + 2.\ H_{eh}/H) \qquad (23)$$

où

γ_{eh} est le poids volumique équivalent ;

H_e est la hauteur équivalente de sol déterminée par la relation classique ;

$$H_e = q.\sin\Theta/[\gamma.\sin\ (\Theta + \beta)] \qquad (24)$$

Le poids volumique réduit (12a), dans le cas d'un massif sur lequel agit une surcharge uniformément répartie qui ne modifie pas la force sismique, (fig. 6c) est :

$$\gamma_r = \gamma_{eh}.a_4\ (K_{sv}.\gamma/\gamma_{eh}\ ;\ K_{sh}.\gamma/\gamma_{eh}) \qquad (12b)$$

pour des massifs stratifiés on fera une construction graphique pour chaque couche équivalente. Les couches situées au-dessus de la couche considérée seront supposées agir comme une surcharge uniformément répartie q ($q = \Sigma\gamma_i.H_i$), et par conséquent $\gamma_r = \gamma_{eh}.a_4(\Theta_o)$.

Pour des massifs de surface irrégulière, on approchera la surface du terrain par une succession de segments inclinés aux angles β_i par rapport à l'horizontale et on établira pour chaque inclinaison les paramètres ω_i et Y_{oi}. La ligne conventionnelle de talus, qui sert à la construction de la ligne de Culmann, se présentera alors sous la forme d'une ligne sinueuse déterminée par les intersections des lignes conventionnelles correspondant aux pentes β_i. Les étapes de la construction graphique restent les mêmes.

Pour la détermination de la butée des sols on utilise les mêmes relations que dans le cas de la poussée, mais en introduisant dans les relations ; $\emptyset =: -\emptyset$; $\delta =: -\delta$; $c =: -c$; $c_w =: -c_w$ et $K_{sh} =: -K_{sh}$. La construction graphique de détermination de la butée, avec les mêmes étapes que dans le cas de la poussée, est présentée à la figure 7.

3.1. Equation de la ligne de Culmann généralisée

Pour déterminer l'équation de la ligne de Culmann, on considère le système de coordonnées XOY de la figure 4. Les coordonnées d'un point courant (e) se trouvent à l'intersection des droites $\overline{BC}$ et $\overline{de}$. L'équation de la droite $\overline{BC}$, qui passe par l'origine du système de coordonnées, est :

$$Y = \mathrm{tg}\ [\alpha' - (\varnothing - \Theta_o)].X$$
$$t = \mathrm{tg}\ [\alpha' - (\varnothing - \Theta_o)] \qquad (25)$$

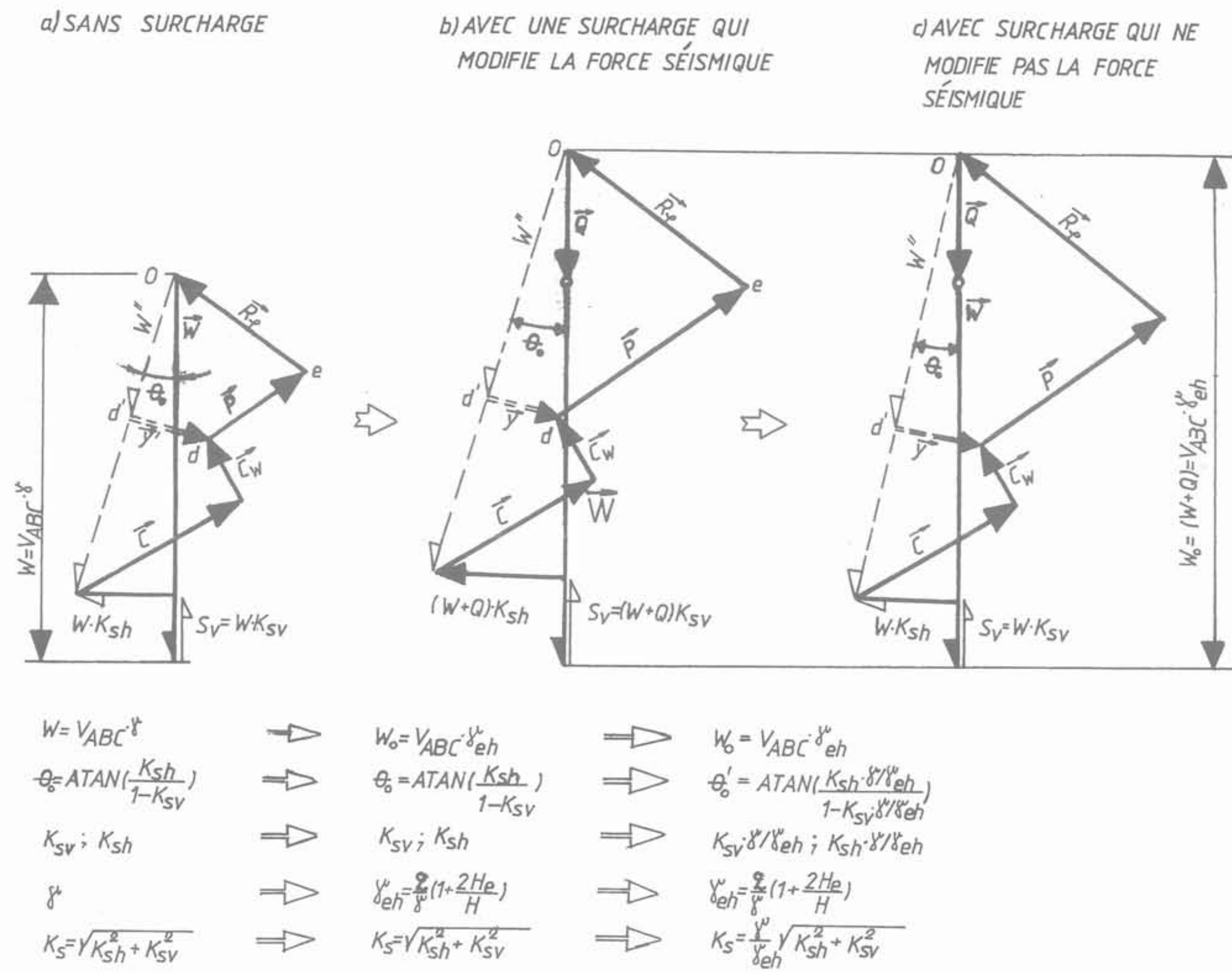


Fig. 6. — L'influence d'une surcharge uniformément répartie.
Fig. 6. — Influence of a uniform surcharge.

Soit :

$$Y = t.X \tag{25a}$$

On détermine l'équation de la droite $\overline{de}$ par sa pente et par la connaissance des coordonnées du point (d). Ces coordonnées du point (d) sont, conformément aux notations de la figure 4 :

$$\left\{\begin{array}{l} X_d = W'' \\ Y_d = Y_o + W''.tg\omega \end{array}\right. \tag{26}$$

D'où l'équation de la droite $\overline{de}$:

$$Y - (w''.tg\omega + Y_o) = - tg\,[\Theta - (\delta + \Theta_o)].(X - W'')$$

et notant :

$$a = tg\ [\Theta - (\delta + \Theta_o)] \tag{27}$$

il vient :

$$Y = - a.X + W''.(a + tg\omega) + Y_o \tag{27a}$$

Les coordonnées du point courant (e) de la ligne de Culmann, situé à l'intersection des droites $\overline{BC}$ et $\overline{de}$ (fig. 4), sont obtenues comme solutions du système (28) des équations (25a) et (27a) :

$$\left\{\begin{array}{l} Y = t.X \\ Y = -a.X + W''.(a + tg\omega) + Y_o \end{array}\right. \tag{28}$$

La résolution du système (28) donne :

$$\left\{\begin{array}{l} X_e = W''.(a + tg\omega)/(t + a) + Y_o/(t + a) \\ Y_e = [W''.(a + tg\omega)/(t + a) + Y_o/(t + a)].t \end{array}\right. \tag{29}$$

Les équations (29) représentent les équations paramétriques de la ligne de Culmann, en fonction du paramètre (t).

Le poids réduit du prisme de glissement considéré, W'', est obtenu en fonction du paramètre (t) en substituant x' dans la relation (13a). Ainsi à partir de l'expression de tgα en fonction de (t) et de x', on obtient :

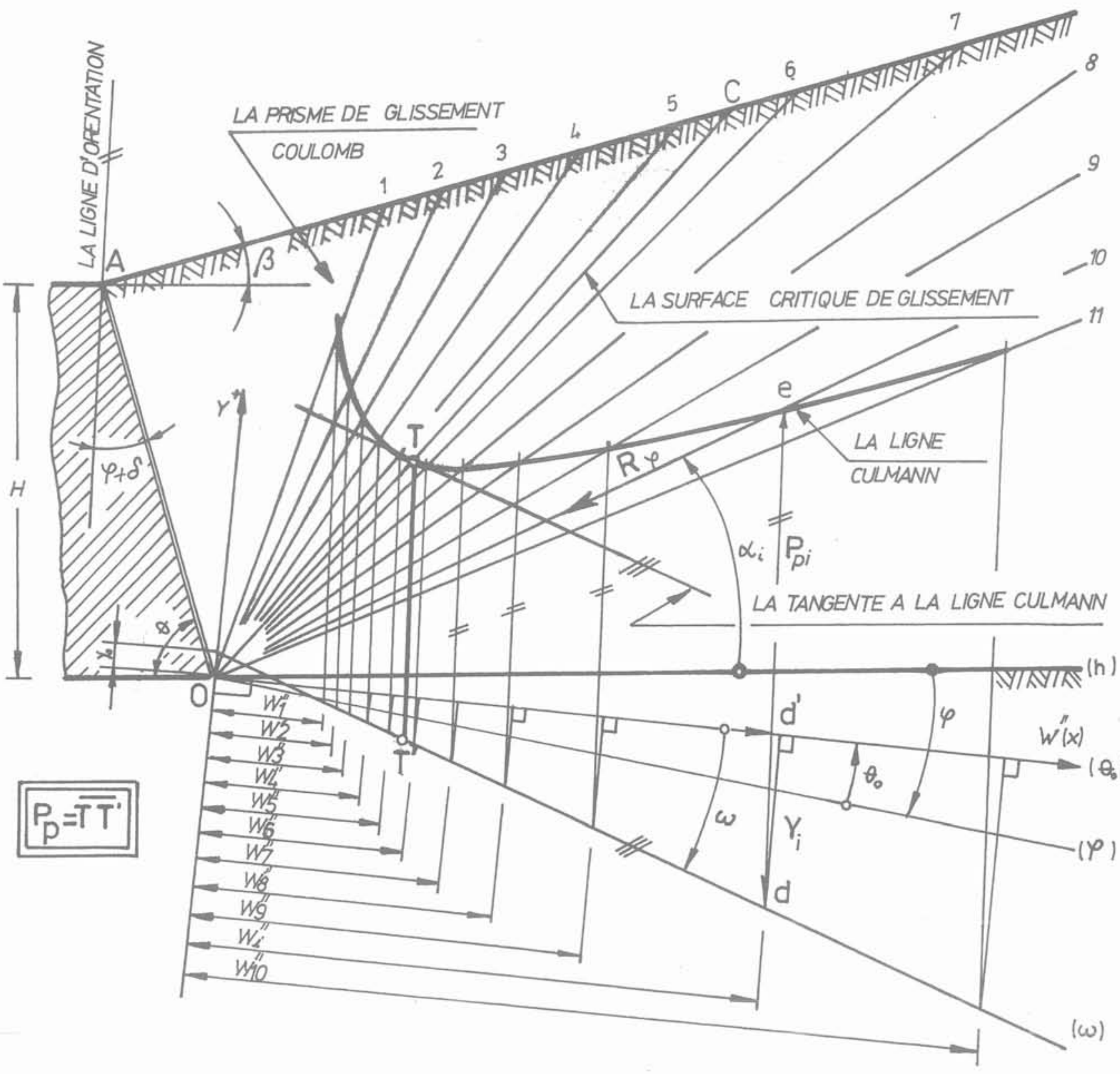


Fig. 7. — Détermination de la butée des sols avec cohésion par construction graphique tenant compte du séisme.
Fig. 7. — Determination of the passive thrust in a cohesive soil, with seismic action, using the graphic method.

$$\mathrm{tg}\alpha' = \frac{t + \mathrm{tg}\,(\varnothing - \Theta_o)}{1 - t.\mathrm{tg}(\varnothing - \Theta_o)} = \frac{H + x'.\mathrm{tg}\beta}{x' - H.\mathrm{cotg}\Theta}$$

d'où :

$$x' = H.(t.b. + e)/(t.d - f) \qquad (29a)$$

avec :

$$\begin{aligned} b &= \mathrm{cotg}\ \Theta - \mathrm{tg}\ (\varnothing - \Theta_o) \\ d &= 1 + \mathrm{tg}\beta.\mathrm{tg}\ (\varnothing - \Theta_o) \\ e &= 1 + \mathrm{cotg}\ \Theta.\mathrm{tg}\ (\varnothing - \Theta_o) \qquad (29b) \\ f &= \mathrm{tg}\beta - \mathrm{tg}\ (\varnothing - \Theta_o) \end{aligned}$$

Par conséquent l'expression du poids réduit W'' s'écrit :

$$W'' = 0{,}5.\gamma_r H^2.\left(\frac{t.b+e}{t.d-f} - 2\ \xi.a_1\right) \qquad (13b)$$

et les équations paramétriques (29) ont alors la forme suivante :

$$\left\{\begin{aligned} X_e &= \frac{a + \mathrm{tg}\omega}{t + a}. \\ &\left[0{,}5.\gamma_r.H^2.\left(\frac{t.b + e}{t.d - f} - 2\xi\ a_1\right)\right] \qquad (29c) \\ &+ \frac{Y_o}{t + a} \\ Y_e &= t.X_e \end{aligned}\right.$$

Les équations paramétriques (29) et (29c) permettent de tracer la ligne de Culmann en fonction du paramètre t (ou de l'angle α') et de calculer la dimension du segment $\overline{de}$ (fig. 4), qui représente, à l'échelle des forces, la poussée correspondant à chaque prisme de glissement considéré.

Ainsi, du triangle ede' (fig. 4), on tire que :

$$P = \overline{ee'}/\sin \psi_o \qquad (30)$$

On détermine $\overline{ee'}$ comme la distance d'un point courant de la ligne de Culman à la droite o'd, soit :

$$\overline{ee'} = - \frac{a + tg\omega}{\pm\sqrt{1 + tg^2\omega}} \cdot \left(W'' \cdot \frac{tg\omega - t}{t + a} + \frac{Y_o}{t + a}\right) \qquad (31)$$

En remplaçant dans la relation (31) le poids réduit W" par son expression (13b) et en regroupant les termes on obtient :

$$\overline{ee'} = 0{,}5.\gamma_r.H^2.\frac{a + tg\omega}{\sqrt{1 + tg^2\omega}}. \; E(t) \qquad (31a)$$

où :

$$E(t) = \left(\frac{t.b + e}{t.d - f} - 2.a_1.\xi\right).\left(\frac{t - tg\omega}{t + a}\right) - \frac{2.\xi.a_3}{t + a} \qquad (32)$$

Par conséquent, l'expression (30) devient :

$$P = \frac{1}{2}.\gamma_r.H^2.\left[\frac{a + tg\omega}{\sqrt{1 + tg^2\omega}} \cdot \frac{E(t)}{\sin \psi_o}\right] \qquad (30a)$$

Les valeurs de la poussée (P_a) et de la butée (P_p) sont alors données par les relations :

$$P_a = \frac{1}{2}.\gamma_r.H^2.\left[\frac{a + tg\omega}{\sqrt{1 + tg^2\omega}}. \frac{\min E(t)}{\sin \psi_o}\right] \qquad (33)$$

$$P_p = \frac{1}{2}.\gamma_r.H^2.\left[\frac{a + tg\omega}{\sqrt{1 + tg^2\omega}}. \frac{\max E(t)}{\sin \psi_o}\right] \qquad (34)$$

où min E(t) et max E(t) représentent les valeurs extrêmes de la fonction E(t), calculées comme indiqué dans le paragraphe 4.

4. MÉTHODE ANALYTIQUE

Le calcul analytique de la poussée et de la butée est fait en considérant l'équilibre statique du prisme de glissement, et donc du système des forces qui agissent sur celui-ci (fig. 1), équilibre donné par les équations (1) et la condition de fermeture du polygone vectoriel (fig. 3). En considérant le système des forces de la figure 1, réduites conformément au polygone vectoriel de la figure 3, dans le système de coordonnées OXY, les équations de l'équilibre statique (1) s'écrivent :

$$\begin{cases} \Sigma x_i = 0 \\ \Sigma y_i = 0 \end{cases} \text{ d'où } \begin{cases} W'' - P_x - R_{\varnothing x} = 0 \\ R_{\varnothing y} - Y - P_y = 0 \end{cases} \qquad (35)$$

En substituant dans les relations (35) les forces par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} P_x &= P.\cos\,[\Theta - (\delta + \Theta_o)] = P.\cos \alpha_2 \\ P_y &= P.\sin\,[\Theta - (\delta + \Theta_o)] = P.\sin \alpha_2 \\ R_{\varnothing x} &= R_\varnothing.\cos\,[\alpha' - (\varnothing - \Theta_o] = R_\varnothing.\cos \alpha_1 \\ R_{\varnothing y} &= R_\varnothing.\sin\,[\alpha' - (\varnothing - \Theta_o)] = R_\varnothing.\sin \alpha_1 \\ Y &= Y_o + W''.tg\omega \end{aligned} \qquad (36)$$

il vient :

$$\begin{cases} W'' - P.\cos \alpha_2 - R_\varnothing.\cos \alpha_1 = 0 \\ R_\varnothing \sin \alpha_1 - (Y_o + W''.tg\omega) - P.\sin \alpha_2 = 0 \end{cases} \qquad (35a)$$

système qui s'écrit :

$$\begin{cases} R_\varnothing = W''/\cos\alpha_1 - P.\cos\alpha_2/\cos\alpha_1 & (37a) \\ P = R_\varnothing.\sin\alpha_1/\sin\alpha_2 - (Y_o + W''.tg\omega)/\sin\alpha_2 & (37b) \end{cases}$$

En introduisant la valeur de $R_\varnothing$ donnée par la relation (37a) dans la relation (37b) et en ordonnant les termes, il vient :

$$P = \frac{W''}{\sin \alpha_2} \cdot \frac{tg\alpha_1 - tg\omega}{1 + cotg\alpha_2.tg\alpha_1} - \frac{Y_o}{\sin\alpha_2.(1 + cotg\alpha_2.tg\alpha_1)} \qquad (38)$$

En remplaçant dans la relation (38) W" par son expression (13b), Y_o par son expression (21a) et en tenant compte des notations données par les relations (25) et (27), l'expression (38) prend la forme suivante :

$$P = \frac{\gamma_r.H^2.a}{2.\sin\alpha_2} \cdot \left[\left(\frac{t.b + e}{t.d - f} - 2.\xi.a_1\right).\left(\frac{t - tg\omega}{a + t}\right) - \frac{2.\xi.a_3}{a + t}\right] \qquad (38a)$$

En comparant avec la relation (32) il en résulte que :

$$P = \frac{\gamma_r.H^2.a}{2.\sin\alpha_2}.E(t) \qquad (38b)$$

Les valeurs de la poussée (P_a) et de la butée (P_p) correspondent aux valeurs extrêmes de la fonction E(t), soit :

$$P_a = \frac{\gamma_r.H^2.a}{2.\sin\alpha_2}.\min E(t)$$
$$P_p = \frac{\gamma_r.H^2.a}{2.\sin\alpha_2}.\max E(t) \qquad (39)$$

Les valeurs extrêmes de la fonction E(t) résultent de l'équation :

$$\partial E/\partial t = 0 \qquad (40)$$

En explicitant cette équation, on obtient une équation de deuxième degré en (t) :

$$a'.t^2 + b'.t + c' = 0 \qquad (41)$$

où les coefficients ont les expressions suivantes :

$$a' = 2.\xi.a_3.d^2 + d(b-2.a_1.\xi.d).(a+tg\omega) - (f.b+e.d)$$
$$b' = (tg\omega - a).(f.b+e.d) + (d.e-f.b+4.a_1.\xi.f.d).$$
$$(a+tg\omega) - 4.\xi.a_3.d.f \qquad (42)$$
$$c' = a.tg\omega.(f.b+e.d) - f.(e+2.a_1.\xi.f).(a+tg\omega)$$
$$+2\xi a_3.f^2$$

En notant t_1 et t_2 [E (t_1) > $E(t_2)$] les solutions de l'équation (41), les relations (39) deviennent :

$$P_a = \frac{1}{2}.\gamma_r.H^2.\frac{a.E(t_2)}{\sin\alpha_2} \text{ d'où } P_a = 0{,}5.\gamma.H^2.K_a$$

et (39a)

$$P_p = \frac{1}{2}.\gamma_r.H^2.\left[\frac{a.E(t_1)}{\sin\alpha_2}\right] \text{ d'où } P_p = 0{,}5.\gamma.H^2.K_p$$

avec :

$$K_a = a.a_4.E(t_2)/\sin\alpha_2$$
$$K_p = a.a_4.E(t_1)/\sin\alpha_2 \qquad (43)$$

représentent les coefficients de poussée et de butée d'un sol avec cohésion en tenant compte d'une adhérence sol/mur et d'une accélération sismique.

En introduisant dans l'expression de E(t) les paramètres b, d, e, f, donnés par les relations (29b) et en tenant compte de ce que $\xi_1 = a_4.\xi$, les relations (42) deviennent :

$$\begin{cases} a' = g.(m_3-m_2) + (1+g.tg\omega) - m_4 \\ b' = 2.(m_3+g.m_2.tg\omega) - 2.m_3.m_4 \qquad (42a) \\ c' = m_2.m_3.(1+g.tg\omega) - (m_3.m_2).tg\omega - m._4.m_3^2 \end{cases}$$

où :

$$m_1 = \frac{\cos\beta.\cos[\Theta+(\varnothing-\Theta_o)]}{\sin\Theta.\cos[(\varnothing-\Theta_o)-\beta]};$$
$$m_2 = tg\,[\Theta+(\varnothing - \Theta_o)]$$
$$m_3 = tg\,[(\varnothing-\Theta_o)-\beta];$$
$$m_4 = 2.\xi_1.(a_2.g + a_1)/(m_1.a_4);$$
$$g = 1/\,tg\,[\Theta-(\delta+\Theta_o)]$$

En fonction de ces notations l'expression du poids réduit du prisme (13b) devient :

$$W'' = \frac{1}{2}.\gamma_r.H^2.\left[m_1.\left(\frac{t+m_2}{t+m_3}\right) - \frac{2.\xi_1.a_1}{a_4}\right] \qquad (13c)$$

et les expressions de la poussée et de la butée s'écrivent :

$$P_a = \frac{1}{2}.\gamma.H^2.\frac{a_4}{\sin[\Theta-(\delta+\Theta_o)]}.$$
$$\left[m_1.\left(\frac{t_2+m_2}{t_2+m_3}\right).\left(\frac{t_2-tg\omega}{1+g.t_2}\right) - \frac{2.\xi_1}{a_4}.\left(\frac{a_1.t_2-a_2}{1+g.t_2}\right)\right]$$
$$P_p = \frac{1}{2}.\gamma.H^2.\frac{a_4}{\sin[\Theta-(\delta+\Theta_o)]}.$$
$$\left[m_1.\left(\frac{t_1+m_2}{t_1+m_3}\right).\left(\frac{t_1-tg\omega}{1+g.t_1}\right) - \frac{2.\xi_1}{a_4}.\left(\frac{a_1.t_1-a_2}{1+g.t_1}\right)\right] \qquad (39b)$$

où :

$$a_1 = (1+\eta).\sin\,(\Theta-\Theta_o)/\sin\Theta$$
$$a_2 = (1+\eta).\cos\,(\Theta-\Theta_o)/\sin\Theta$$
$$a_4 = \frac{1-K_{sv}}{\cos\Theta_o}.(1+tg\beta/tg\Theta)$$
$$-\ 2.\xi_1.\cos\Theta_o.(tg\beta+tg\Theta_o) \qquad (42b)$$
$$\Theta_o = \text{arctg}\,[K_{sh}/(1-K_{sv})]$$
$$tg\omega = 2.\xi_1.\cos\Theta_o.(1-tg\beta.tg\Theta_o)/a_4$$

$$\xi_1 = c/\gamma.H\ ;\ \eta = c_w/c$$
$$t_{1,2} = (-b' \pm \sqrt{b'^2 - 4a'c'})/2.a'$$

Par analogie avec les formules classiques, les relations (39b) peuvent être mises sous la forme :

$$P_a = 0{,}5.\gamma.H^2.K_a$$
$$P_p = 0{,}5.\gamma.H^2.K_p \qquad (44)$$

où K_a et K_p sont les coefficients de poussée de butée avec pour expressions :

$$K_a = \frac{a_4}{\sin[\Theta-(\delta+\Theta_o)]}.$$
$$\left[m_1.\left(\frac{t_2+m_2}{t_2+m_3}\right).\left(\frac{t_2-tg\omega}{1+gt_2}\right) - \frac{2.\xi_1}{a_4}.\left(\frac{a_1.t_2-a_2}{1+g.t_2}\right)\right] \qquad (45)$$

$$K_p = \frac{a_4}{\sin[\Theta - (\delta + \Theta_o)]} \cdot \left[m_1 \cdot \left(\frac{t_1 + m_2}{t_1 + m_3}\right) \cdot \left(\frac{t_1 - tg\omega}{1 + g.t_1}\right) - \frac{2.\xi_1}{a_4} \cdot \left(\frac{a_1.t_1 - a_2}{1 + g.t_1}\right)\right] \quad (46)$$

Le paramètre t_1 représente la solution de l'équation du deuxième degré donnant le maximum de la fonction E(t) et dont les coefficients sont établis pour $\varnothing =: -\varnothing$; $c =: -c$; $c_w =: -c_w$; $K_{sh} =: -K_{sv}$; $\delta =: \pm\delta$. Le paramètre t_2 est donné par la solution de l'équation donnant le minimum de la fonction E(t) et établie pour $\varnothing =: +\varnothing$; $c =: +c$; $c_w =: +c_w$; $K_{sh} =: +K_{sh}$; $\delta =: \pm\delta$. La solution (t_2) correspond au coefficient de poussée pour le cas ($\beta =: -\beta$) et la solution (t_1) au coefficient de butée de la théorie de Rankine pour $\delta = \beta$ ($c = 0$ / $c \neq 0$ et $c_w = 0$).

Les formules (44) peuvent être mises sous la forme classique de Rankine :

$$\begin{aligned} P_a &= 0{,}5.\gamma.H^2.K_{a\gamma} - 2.c.H.K_{ac} \\ P_p &= 0{,}5.\gamma.H^2.K_{p\gamma} + 2.c.H.K_{pc} \end{aligned} \quad (44a)$$

Les coefficients $K_{a\gamma}$ et K_{ac}, donnés par la relation (45) ont alors pour expressions :

$$K_{a\gamma} = \frac{1 - K_{sv}}{\cos\Theta_o} \cdot \frac{1 + tg\beta/tg\Theta}{\sin[\Theta - (\delta + \Theta_o)]} \cdot \left(\frac{t_2 + m_2}{t_2 + m_3}\right) \cdot \left(\frac{m_1.t_2}{1 + g.t_2}\right) \quad (47)$$

$$K_{ac} = 0{,}5 \cdot \left(\frac{m_1}{1 + g.t_2}\right) \cdot \left(\frac{t_2 + m_2}{t_2 + m_3}\right) \cdot \left\{\frac{\cos\Theta_o.[t_2.(tg\beta + tg\Theta_o) + (1 - tg\beta.tg\Theta_o)]}{\sin\ [\Theta - (\delta + \Theta_o)]}\right\} + \frac{a_1.t_2 - a_2}{2.(1 + g.t_2).\sin[\Theta - (\delta + \Theta_o)]} \quad (48)$$

Analysant ces expressions des coefficients de poussée du sol ($K_{a\gamma}$; K_{ac}) on constate qu'elles ne sont pas fonction explicite du paramètre ξ_1 et donc de la cohésion.

Par contre ces coefficients de poussée sont fonction du paramètre t_2 et donc de l'inclinaison de la surface de glissement, laquelle dépend de la valeur de la cohésion. Analysant les valeurs des coefficients de poussée données dans l'annexe 2, on constate cependant une influence relativement réduite de cette cohésion et donc de l'inclinaison de la surface de glissement sur les coefficients de poussée.

A partir des relations (44), les coefficients de poussée (resp. de butée) peuvent être exprimés en fonction des coefficients $K_{a\gamma}$ et K_{ac} (resp. $K_{p\gamma}$ et K_{pc}) par les relations :

$$\begin{cases} K_a = K_{a\gamma} - 4.\xi_1.K_{ac} \\ K_p = K_{p\gamma} + 4.\xi_1.K_{pc} \end{cases} \quad (49)$$

et donc par :

$$\begin{aligned} K_{ac} &= (K_{a\gamma} - K_a)/4\xi_1 \\ K_{pc} &= (K_p - K_{p\gamma})/4\xi_1 \end{aligned} \quad (50)$$

Les expressions de $K_{p\gamma}$ et K_{pc} sont similaires à celles de $K_{a\gamma}$ et K_{ac} (47) et (48) ; il suffit d'y remplacer t_2 par t_1, conformément aux développements faits antérieurement.

Il en résulte d'après la relation (25) que les inclinaisons des surfaces critiques de glissement, par rapport à l'horizontale, sont données par :

— pour la poussée :

$$\alpha'_a = \text{arctg}\ (t_2) + (\varnothing - \Theta_o) \quad (51)$$

— pour la butée :

$$\alpha'_p = \text{arctg}\ (t_1) - (\varnothing + \Theta_o) \quad (52)$$

Dans le cas de l'action d'une surcharge uniformément répartie d'intensité q, les forces de poussée et de butée ont pour expressions :

$$\begin{aligned} P_a &= 0{,}5.\gamma.H^2.K_a.(1 + 2.H_e/H) \\ P_p &= 0{,}5.\gamma.H^2.K_p.(1 + 2.H_e/H) \end{aligned} \quad (53)$$

avec :

$$\begin{aligned} K_a &= K_{a\gamma} - 4.[c/\gamma_{eh}.H)].K_{ac} \\ K_p &= K_{p\gamma} + 4.[c/\gamma_{eh}.H)].K_{pc} \end{aligned} \quad (54)$$

où H_e est donnée par la relation (24). Le coefficient ξ_1 des équations (42a) et (42b) sera calculé par :

$\xi_1 = c/(\gamma_{eh}.H)$, où γ_{eh} est donnée par l'équation (23).

C'est à partir d'un tel calcul qu'a été réalisé le programme de calcul sur ordinateur « COULOMB » présenté à l'annexe 1.

5. CONSIDÉRATIONS SUR LE POINT D'APPLICATION DE LA POUSSÉE OU DE LA BUTÉE SUR LA DISTRIBUTION DES PRESSIONS

Il est bien connu que la théorie de Coulomb ne donne aucun renseignement sur la distribution des pressions sur le mur. Cependant, dans les calculs pratiques, on admet une distribution linéaire dans le cas des sols sans cohésion ou avec cohésion, mais qui n'est pas confirmée par l'expérience.

Connaissant la distribution des pressions, on détermine la position de la poussée ou de la butée à partir du centre de gravité du diagramme des pressions.

Quelques précisions sont nécessaires dans le cas des sols cohérents, par suite de l'existence de points de vue différents (KÉZDI, 1974 ; TÎTOVICI, 1955/1976).

Ainsi, si l'on considère que le massif de terre cohérent de la figure 6a, tend à déplacer le mur de soutènement (par exemple par rotation), il va apparaître dans le massif des surfaces potentielles de glissement (planes dans le cas de la théorie de Coulomb) commençant à la surface et se propageant progressivement, au fur et à mesure du déplacement du mur, vers la base de celui-ci, jusqu'à formation de la dernière surface de glissement.

Les surfaces de glissement apparaissent au fur et à mesure de la mobilisation de l'angle de frottement interne et de la cohésion. Il y aura donc, dans le cas des sols cohérents, des surfaces planes sur lesquelles la résistance au cisaillement mobilisée ($\varnothing_m$; c_m) sera plus faible que la résistance disponible ($\varnothing_m < \varnothing$; $c_m < c$) et les prismes correspondants (A_{12}) n'exerceront pas de poussée (positive ou négative) sur le mur (ils resteront théoriquement éloignés du mur). Cela est vrai pour les prismes situés jusqu'à la profondeur H' (fig. 8a), correspondant à la mobilisation complète de la résistance au cisaillement du sol ($\varnothing_m = \varnothing$; $c_m = c$) sur la surface potentielle de glissement et par conséquent à $P_a = 0$. Pour les surfaces situées à une profondeur supérieure à H' la résistance au cisaillement nécessaire pour assurer l'équilibre des prismes ($\varnothing_{néc}$; $c_{néc}$) est plus grande que la résistance disponible ($\varnothing_{néc} > \varnothing$; $c_{néc} > c$) et la stabilité de ces derniers ne peut être assurée que par la réaction du mur, à savoir la poussée, sur la hauteur (H-H'). La valeur de H' résulte de la condition $P_a = 0$, c'est-à-dire $K_a = 0$ (relation 49), soit :

$$H' = 4.c.K_{ac}/(\gamma.K_{a\gamma}) \qquad (55)$$

où K_{ac} et $K_{a\gamma}$ sont déterminés pour $\xi_1 = c/\gamma.H'$ (et avec une assez bonne approximation pour $\xi_1 = c/\gamma.H$).

Connaissant la hauteur H', le calcul de la poussée se fait en considérant l'équilibre statique du massif (1.2.B.C) de la figure 8b ; à la surface de ce massif se transmet la réaction du prisme (A.2.1.) ($\sigma_\varnothing$; c — comme surcharge) de telle sorte qu'au point (2) la poussée est différente de zéro. En supposant une dis-

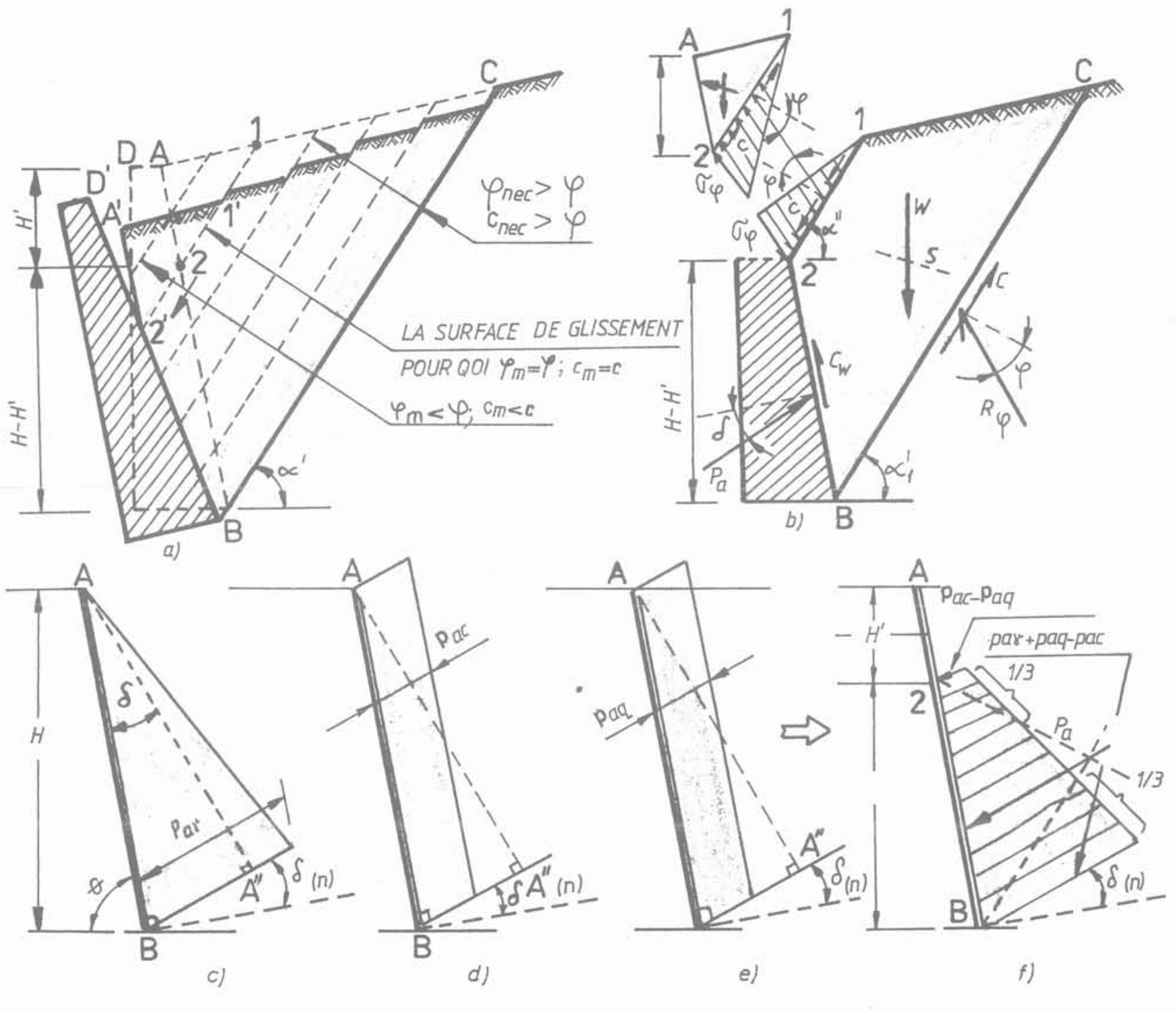


Fig. 8. — Pressions sur le mur dans l'hypothèse d'une répartition linéaire
Fig. 8. — Active pressure on a wall assuming a linear distribution.

tribution linéaire de la pression active p_a, des effets dus au poids propre ($P_{a\gamma}$) (figure 8c) et de la cohésion (p_{ac}) (figure 8d) sur toute la hauteur du mur, et en utilisant le principe de superposition des effets ($p_a = p_a - p_{ac}$), on peut écrire :

$P_a = 0{,}5\ p_{a\gamma}.\overline{AA}" - p_{ac}.\overline{AA}"$

soit : $p_{a\gamma} - 2.p_{ac} = 2.P_a/\overline{AA}"$

d'où : $p_{a\gamma} - p_{ac} = 2.P_a/\overline{AA}" + p_{ac}$

Comme pour $H = H'$ la poussée est nulle ($P_a = 0$), il en résulte qu'au point (2) la pression active est $p_{a2} = p_{ac}$. Dans le cas d'une surcharge uniformément répartie la hauteur H' sera d'après la relation (54) :

$$H' = 4.c.K_{ac}/(\gamma.K_a) - 2\ H_e \geqslant 0 \qquad (55a)$$

En supposant également une distribution uniforme de la partie de la pression active due à la surcharge p_{aq} (fig. 8c), il résulte que :

$$P_a = 0{,}5.p_a.\overline{AA}" + p_{aq}.\overline{AA}" - p_{ac}.\overline{AA}"$$

soit :

$$p_{a\gamma} + 2.p_{aq} - 2.p_{ac} = 2.P_a/\overline{AA}" \qquad (56)$$

$$p_{a\gamma} + p_{aq} - p_{ac} = 2.P_a/\overline{AA}" + p_{ac} - p_{aq}$$

Comme $P_a = 0$ pour le prisme de hauteur H', on obtient $p_{a2} = p_{ac} - p_{aq}$. La pression au point B résulte de la somme des trois pressions ($p_a = p_{a\gamma} + p_{aq} - p_{ac}$), figure 8f. Les expressions des presssions p_a, p_{aq} et p_{ac} sont obtenues à partir des relations (56) en explicitant la poussée P_a et le coefficient K_a conformément aux relations (53) et (54) :

$$\begin{aligned} p_{a\gamma} &= \gamma.H.K_a.\sin\Theta/\cos\delta \\ p_{aq} &= \gamma.H_e.K_a.\sin\Theta/\cos\delta \qquad (57) \\ p_{ac} &= 2.c.K_{ac}.\sin\Theta/\cos\delta \end{aligned}$$

Dans le cas d'une action sismique, la distribution des pressions actives, comme le point d'application de la poussée active totale, représentent l'un des problèmes les plus controversés de la littérature (SCHLOSSER et al., 1987).

Considérons l'exemple de la figure 9a, avec un sol non-cohérent. On a déterminé le bras de levier (d) de la poussée totale P_{at} ainsi que celui (d_s) de la poussée active sismique P_{as}

$$(P_{as} = P_{at} - P_{a\gamma})$$

à partir des équations de moment par rapport au point B (fig. 9a et 9b) pour différentes valeurs du coefficient sismique. Les résultats sont présentés dans le tableau 1.

Tableau 1 — Valeurs des bras de levier de la poussée totale et de la poussée sismique

K_{sh}	0,02	0,03	0,04	0,05	0,10	0,20	0,30
d/H	0,345	0,351	0,356	0,362	0,392	0,453	0,525
d_s/H	0,672	0,675	0,679	0,684	0,698	0,739	0,795

Soit P_a la poussée statique correspondant au plan de glissement ($\alpha_\gamma = \pi/4 + \varnothing/2$).

Si l'on détermine $P_{a\gamma}$ à partir du polygone vectoriel pour le prisme de glissement ABC ($\alpha_s < 45° + \varnothing/2$), correspondant à l'action sismique, il en résulte un bras de levier indépendant de l'intensité de l'action sismique ($d_s = H/3$). En analysant les valeurs du tableau 1, on voit que le point d'application de la poussée totale varie entre 0,30 et 0,525 en fonction

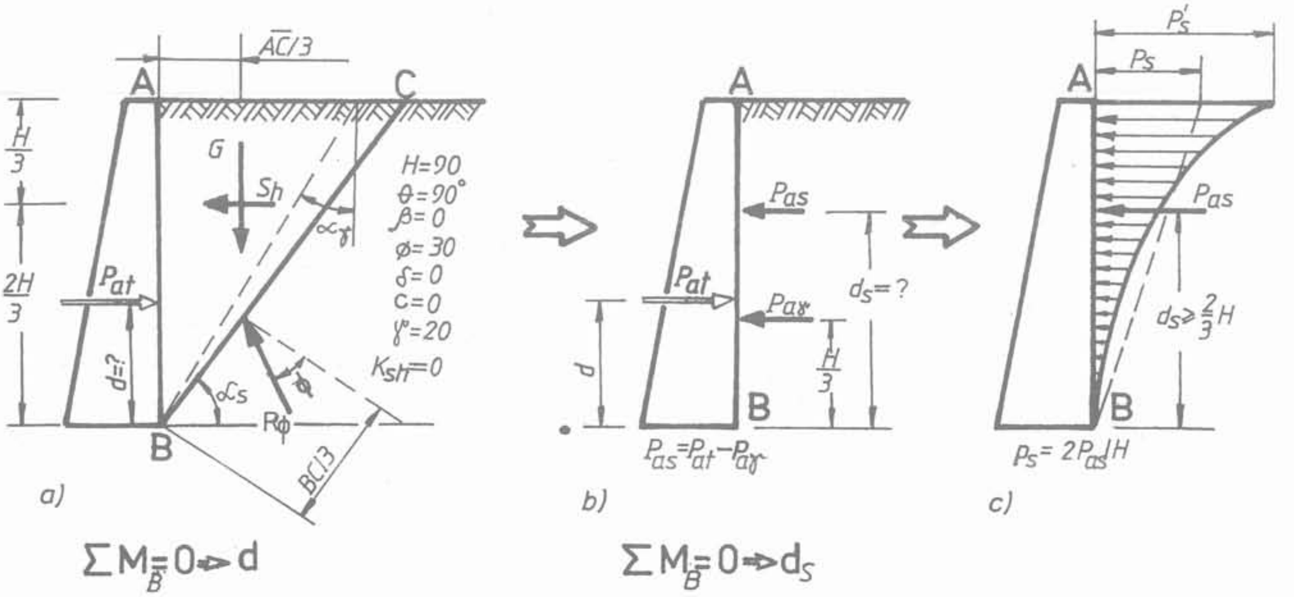


Fig. 9. — Principe du calcul du bras de levier de l'accroissement de la poussée active due au séisme et de la distribution des pressions.

Fig. 9. — Determination of the lever arm and of the distribution of the active seismic thrust.

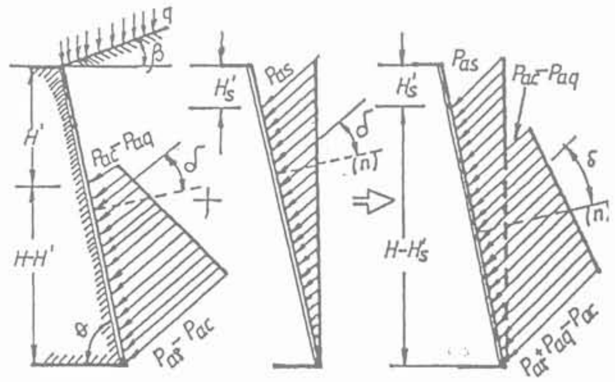
du coefficient sismique et que l'accroissement P_{as} de poussée active, due au séisme, s'applique à une distance $d_s \geqslant 2/3$ H. On constate, que la répartition des presssions correspondant à chacune des deux forces n'est pas linéaire, même si l'on peut approcher par exemple la répartition des pressions dues à l'action sismique par une variation linéaire (fig. 9c). En admettant une répartition triangulaire des pressions actives dues à l'action sismique (fig. 10b) dans le cas général, il en résulte l'expression suivante :

$$P_{as} = (2.P_{as}.\sin\Theta)/[H-H'_s).\cos\delta] \qquad (58)$$

ou encore :

$$P_{as} = P_{a(K_s \neq 0)} - P_{a(K_s = 0)}.$$

Les hauteurs H' et H'_s sont calculées à partir de la relation (54a) dans les deux cas $K_s = 0$ et $K_s \neq 0$. Le diagramme des pressions actives dans l'hypothèse d'une répartition linéaire est présenté sur la figure 10c.



a) STATIQUE *b)* *c) DYNAMIQUE*

Fig. 10. — Répartition des pressions actives dans le cas de forces sismiques.

Fig. 10. — Distribution of the active pressure in the case of seismic forces.

6. CONCLUSION

La présente étude théorique a permis (dans le cadre des hypothèses de la théorie classique de Coulomb) de généraliser la méthode de Culmann, pour le calcul de la poussée et de la butée des terres, dans le cas de sols cohérents, en tenant compte d'une action sismique et d'une adhérence entre le mur et le sol. En même temps il a été possible de développer un calcul analytique des coefficients de poussée et de butée des terres, en tenant compte simultanément de la cohésion, de l'adhérence sol-mur et de l'action sismique, paramètres qui avaient été entièrement ou partiellement négligés dans les développements antérieurs.

BIBLIOGRAPHIE

1. BELES A.A., VOINEA P.R. (1958), Chap. 1 *Echilibrul masivelor alcătuite din materiale pulverulente.* Rezistenta materialelor II, Ed. Tehnică, Bucuresti, p.1-34.
2. BOWLES J. Chap. II *Lateral earth pressure.* Foundation, Analysis and Design, Third Edition, International student edition, Mc Graw Hill Book Co., Singapore, 1984, p. 379-420.
3. KÉZDI A., Chap. 9, *Earth pressure problems.* Handbook of soil mechanics, Volume 1, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1974, p. 245-287.
4. SCHLOSSER F., DORMIEUX L., *Talus et Soutènements en dynamique des sols.* Revue Française de Géotechnique, nr. 37, 1986, p. 40-60.
5. TITOVICI N., Chap. V, *Teoria împingerii pămîntului pe ziduiri de sprijin,* a 3a editie, Editura de Stat Bucuresti, 1955, p. 237-288.
6. TITOVICI N., Chap. 4.5, *Some Problems of the Theory of Soil Pressure on Retaining Walls,* Soil Mechanics (Concise course), Mir Publishers Moskow, 1976, p. 161-173.
7. VERDEYEN J., ROISIN V., NUYENS J., Chap. IX, *La stabilité des murs de soutènement.* Applications de la mécanique des sols, 2, Dunod, Paris, 1971, p. 1-69.

ANNEXE N°1: SOUBRUTINE COULOMB

```
1000>PAPER 0: INK 2: PRINT "
  SOUBRUTINE  COULOMB"
1010 PRINT
1020 READ T,B,FI,D,ETA,KSH,KSV
1030 DATA 75,15,30,15,0.5,0.1,0.
05
1040 INPUT "CSI1=";CSI1
1050 PAPER 0: INK 3: PRINT "
    THE DATES GIVEN"
1060 PRINT
1070 PAPER 0: INK 4: PRINT "TETA
=";T,"BETA=";B,"FI=";FI,"DELTA="
;D,"ETA=";ETA,"KSH=";KSH,"KSV=";
KSV,"CSI1=";CSI1
1080 LET R=PI/180
1090 PRINT
1100 LET T=T*R: LET FI=FI*R: LET
 D=D*R: LET B=B*R
1110 LET J=1
1120 LET TO=ATN (KSH/(1-KSV))
1130 LET A1=(1+ETA)*SIN (T-TO)/S
IN T
1140 LET A2=(1+ETA)*COS (T-TO)/S
IN T
1150 LET A4=(1-KSV)*(1+TAN B/TAN
 T)/COS TO-2*CSI1*(COS TO*TAN B+
TAN TO*COS TO)
1160 LET O=ATN (2*CSI1*COS TO*(1
-TAN B*TAN TO)/A4)
1170 LET G=1/TAN (T-(D+TO))
1180 LET M1=COS B*COS (T+(FI-TO)
)/(SIN T*COS ((FI-TO)-B))
1190 LET M2=TAN (T+(FI-TO))
1200 LET M3=TAN ((FI-TO)-B)
1210 LET M4=(2*CSI1/A4)*(A2*G+A1
)/M1
1220 LET AP=G*(M3-M2)+(1+G*TAN O
)-M4
1230 LET BP=2*(M3+G*M2*TAN O)-2*
M3*M4
1240 LET CP=M2*M3*(1+G*TAN O)-(M
3-M2)*TAN O-M4*M3*M3
1250 LET TP1=(-BP+SQR (BP*BP-4*A
P*CP))/(2*AP)
1260 LET TP2=(-BP-SQR (BP*BP-4*A
P*CP))/(2*AP)
1270 DEF FN E(T)=M1*(((T+M2)*(T-
TAN O))/((T+M3)*(1+G*T)))-(2*CSI
1/A4)*(A1*T-A2)/(1+G*T)
1280 IF FN E(TP1)>=FN E(TP2) THE
N GO TO 1310
1290 LET T1=TP2: LET T2=TP1
1300 GO TO 1320
1310 LET T1=TP1: LET T2=TP2
1320 IF J>1 THEN GO TO 1380
1330 LET KA=FN E(T2)*A4/SIN (T-(
D+TO))
1340>LET ALA=(ATN (T2)+(FI-TO))/
R
1345 LET KAG=FN F(T2): LET KAC=F
N G(T2)
1350 LET J=2
1360 LET FI=-FI: LET D=-D: LET C
SI1=-CSI1: LET KSH=-KSH: LET ETA
=-ETA
1370 GO TO 1120
1380 LET KP=FN E(T1)*A4/SIN (T-(
D+TO))
1390 LET KPG=FN F(T1)
1400 LET KPC=FN G(T1)
1410 PAPER 0: INK 6: PRINT "  CO
EFFICIENT OF ACTIVE EARTH
      PRESSURE"
1420 PRINT
1430 PAPER 0: INK 2: PRINT "KA="
;KA,"KP=";KP,"KAG=";KAG,"KPG=";K
PG,"KAC=";KAC,"KPC=";KPC
1440 LET ALP=(ATN (T1)+(FI-TO))/
R
1450 PRINT
1460 PAPER 0: INK 5: PRINT "THE
ANGLES OF THE YIELD SURFACES"
1470 PRINT
1480 PAPER 0: INK 3: PRINT "ALFA
A=";ALA,"ALFAP=";ALP
1520 DEF FN F(X)=(1-KSV)*(1+TAN
B/TAN T)*((X+M2)/(X+M3))*(M1*X/(
1+G*X))/(COS TO*SIN (T-(D+TO)))
1530 DEF FN G(X)=0.5*(M1/(1+G*X)
)*((X+M2)/(X+M3))*(X*(COS TO*TAN
 B+TAN TO)+COS TO*(1-TAN B*TAN T
O))/SIN (T-(D+TO))+(A1*X-A2)/(2*
(1+G*X)*SIN (T-(D+TO)))
1540 INK 6
1550 STOP
```

```
     SOUBRUTINE  COULOMB

       THE DATES GIVEN

TETA=75          BETA=15
FI=30            DELTA=15
ETA=0.5          KSH=0.1
KSV=.05          CSI1=0.2

  COEFFICIENT OF ACTIVE EARTH
          PRESSURE

KA=.041935012   KP=7.6931963
KAG=0.61015909  KPG=5.682484
KAC=0.71045244  KPC=2.5117854

THE ANGLES OF THE YIELD SURFACES

ALFAA=58.708206 ALFAP=37.901567
```

ANNEXE N°:2a

			$\theta = 90°$				$\eta = 0,5$				$K_{sh} = 0$				$K_{sv} = 0$			
$\varnothing$	δ	β	0				$1/3 \cdot \varnothing$				$2/3 \cdot \varnothing$				$1/1 \cdot \varnothing$			
		K_a \ ξ	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25
5°	0	$K_{a\gamma}$	0.840	0,838	0,837	0,837	0,865	0,865	0,865	0,865	0,899	0,896	0,895	0,894	0,992	0,936	0,928	0,925
		K_{ac}	—	1,124	1,121	1,120	—	1,152	1,152	1,152	—	1,190	1,185	1,184	—	1,249	1,221	1,219
	$\frac{1}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0,820	0,819	0,819	0,819	0,848	0,847	0,847	0,846	0,887	0,880	0,876	0,875	0,993	0,922	0,909	0,905
		K_{ac}	—	1,097	1,097	1,097	—	1,129	1,127	1,127	—	1,173	1,160	1,159	—	1,239	1,197	1,192
	$\frac{2}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0,803	0,803	0,803	0,803	0,834	0,832	0,830	0,829	0,876	0,866	0,859	0,857	0,994	0,910	0,891	0,886
		K_{ac}	—	1,075	1,075	1,075	—	1,111	1,105	1,104	—	1,160	1,138	1,135	—	1,233	1,174	1,167
10°	0	$K_{a\gamma}$	0,704	0,703	0,701	0,700	0,744	0,744	0,744	0,744	0,800	0,797	0,793	0,792	0,970	0,875	0,852	0,845
		K_{ac}	—	1,032	1,026	1,024	—	1,078	1,078	1,078	—	1,149	1,138	1,136	—	1,284	1,210	1,200
	$\frac{1}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0,674	0,674	0,674	0,674	0,717	0,717	0,716	0,715	0,780	0,772	0,764	0,760	0,971	0,856	0,821	0,810
		K_{ac}	—	0,987	0,987	0,987	—	1,040	1,037	1,037	—	1,122	1,096	1,091	—	1,274	1,166	1,152
	$\frac{2}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0,652	0,652	0,652	0,652	0,697	0,696	0,692	0,690	0,765	0,754	0,740	0,733	0,976	0,841	0,796	0,780
		K_{ac}	—	0,954	0,954	0,954	—	1,013	1,003	1,001	—	1,104	1,061	1,052	—	1,271	1,130	1,109
15°	0	$K_{a\gamma}$	0,589	0,588	0,585	0,583	0,635	0,635	0,635	0,635	0,704	0,700	0,695	0,693	0,933	0,811	0,773	0,759
		K_{ac}	—	0,945	0,938	0,935	—	1,004	1,004	1,004	—	1,099	1,084	1,081	—	1,307	1,187	1,169
	$\frac{1}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0,556	0,556	0,555	0,555	0,605	0,604	0,603	0,602	0,679	0,672	0,661	0,655	0,937	0,789	0,735	0,715
		K_{ac}	—	0,891	0,890	0,890	—	0,957	0,953	0,952	—	1,064	1,030	1,022	—	1,296	1,129	1,103
	$\frac{2}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0,533	0,533	0,533	0,533	0,584	0,582	0,578	0,576	0,664	0,653	0,634	0,624	0,947	0,776	0,706	0,679
		K_{ac}	—	0,854	0,854	0,854	—	0,926	0,914	0,911	—	1,044	0,989	0,975	—	1,297	1,085	1,049
20°	0	$K_{a\gamma}$	0,490	0,489	0,486	0,484	0,537	0,537	0,537	0,537	0,611	0,608	0,602	0,599	0,883	0,742	0,690	0,671
		K_{ac}	—	0,863	0,855	0,852	—	0,929	0,929	0,929	—	1,040	1,023	1,019	—	1,310	1,151	1,125
	$\frac{1}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0.458	0,458	0,458	0,457	0,507	0,507	0,506	0,505	0,586	0,579	0,566	0,559	0,889	0,720	0,649	0,621
		K_{ac}	—	0,806	0,805	0,804	—	0,878	0,874	0,874	—	1,000	0,962	0,952	—	1,297	1,083	1,045
	$\frac{2}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0,438	0,438	0,438	0,438	0,489	0,488	0,483	0,480	0,572	0,563	0,541	0,528	0,907	0,710	0,621	0,583
		K_{ac}	—	0,770	0,770	0,769	—	0,848	0,836	0,832	—	0,980	0,920	0,903	—	1,301	1,036	0,986
25°	0	$K_{a\gamma}$	0,406	0,405	0,402	0,399	0,451	0,451	0,451	0,451	0,523	0,521	0,514	0,511	0,821	0,668	0,606	0,581
		K_{ac}	—	0,786	0,777	0,774	—	0,855	0,855	0,855	—	0,974	0,957	0,952	—	1,292	1,102	1,069
	$\frac{1}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0,377	0,377	0,376	0,376	0,423	0,422	0,421	0,420	0,499	0,494	0,480	0,471	0,830	0,648	0,565	0,529
		K_{ac}	—	0,729	0,729	0,726	—	0,803	0,800	0,798	—	0,931	0,893	0,881	—	1,277	1,027	0,980
	$\frac{2}{3}\varnothing$	$K_{a\gamma}$	0,361	0,361	0,361	0,360	0,409	0,407	0,403	0,399	0,489	0,481	0,459	0,443	0,857	0,643	0,539	0,492
		K_{ac}	—	0,698	0,698	0,697	—	0,777	0,765	0,760	—	0,915	0,853	0,833	—	1,293	0,980	0,919

ANNEXE N°: 2b

			θ = 90°				η = 0,5				K_{sh} = 0,10				K_{sv} = 0°			
ϕ	δ	β	0				1/3 ϕ				2/3 ϕ				1/1 ϕ			
		K_a \ β_1	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25
5°	0	$K_{a\gamma}$		0,974	0,960	0,956		1,040	0,999	0,991		1,163	1,043	1,028			1,094	1,068
		K_{ac}		1,175	1,128	1,123		1,308	1,168	1,158		1,651	1,215	1,195			1,269	1,234
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$		0,964	0,943	0,938		1,034	0,982	0,972		1,165	1,026	1,008			1,077	1,046
		K_{ac}		1,175	1,109	1,102		1,323	1,149	1,135		1,695	1,196	1,171			1,251	1,210
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$		0,955	0,928	0,921		1,029	0,967	0,954		1,168	1,011	0,989			1,062	1,027
		K_{ac}		1,179	1,091	1,103		1,340	1,132	1,114		1,739	1,179	1,150			1,235	1,187
10°	0	$K_{a\gamma}$	0,809	0,807	0,806	0,805	0,904	0,880	0,864	0,859		1,008	0,936	0,920			1,029	0,989
		K_{ac}	—	1,030	1,025	1,024	—	1,137	1,089	1,083		1,407	1,170	1,148			1,275	1,222
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,789	0,785	0,780	0,778	0,896	0,862	0,838	0,829		1,000	0,909	0,887			1,001	0,952
		K_{ac}	—	1,009	0,993	0,989	—	1,132	1,057	1,045		1,436	1,137	1,107			1,243	1,177
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,776	0,769	0,759	0,754	0,894	0,850	0,816	0,803		0,997	0,887	0,858			0,979	0,921
		K_{ac}	—	0,996	0,966	0,959	—	1,134	1,030	1,012		1,469	1,110	1,072			1,217	1,138
15°	0	$K_{a\gamma}$	0,678	0,678	0,677	0,677	0,757	0,752	0,744	0,741		0,883	0,832	0,815			0,955	0,903
		K_{ac}	—	0,933	0,933	0,933	—	1,034	1,012	1,007		1,279	1,116	1,094			1,266	1,196
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,651	0,650	0,648	0,647	0,738	0,729	0,714	0,706		0,870	0,799	0,773			0,921	0,855
		K_{ac}	—	0,898	0,893	0,892	—	1,014	0,970	0,960		1,293	1,073	1,040			1,222	1,134
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,634	0,632	0,626	0,623	0,728	0,714	0,691	0,678		0,865	0,775	0,742			0,896	0,817
		K_{ac}	—	0,879	0,863	0,858	—	1,008	0,939	0,923		1,319	1,041	0,998			1,190	1,085
20°	0	$K_{a\gamma}$	0,569	0,569	0,569	0,569	0,643	0,641	0,637	0,635	0,818	0,771	0,730	0,714			0,874	0,811
		K_{ac}	—	0,849	0,849	0,849	—	0,947	0,936	0,933	—	1,178	1,054	1,033			1,240	1,156
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,541	0,541	0,540	0,539	0,621	0,616	0,606	0,599	0,815	0,754	0,696	0,670			0,834	0,756
		K_{ac}	—	0,808	0,806	0,805	—	0,919	0,889	0,881	—	1,180	1,005	0,971			1,187	1,082
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,525	0,524	0,521	0,518	0,611	0,603	0,585	0,573	0,825	0,750	0,674	0,638			0,812	0,716
		K_{ac}	—	0,787	0,777	0,774	—	0,910	0,860	0,844	—	1,201	0,973	0,926			1,154	1,027
25°	0	$K_{a\gamma}$	0,476	0,476	0,476	0,475	0,544	0,544	0,541	0,540	0,689	0,666	0,634	0,618			0,786	0,715
		K_{ac}	—	0,771	0,770	0,769	—	0,866	0,860	0,858	—	1,083	0,967	0,966			1,198	1,103
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,450	0,450	0,449	0,449	0,522	0,519	0,512	0,506	0,681	0,649	0,600	0,574			0,747	0,657
		K_{ac}	—	0,729	0,728	0,727	—	0,834	0,813	0,806	—	1,077	0,934	0,901			1,138	1,020
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,438	0,437	0,435	0,433	0,515	0,510	0,495	0,484	0,689	0,648	0,581	0,545			0,726	0,618
		K_{ac}	—	0,710	0,704	0,701	—	0,827	0,787	0,773	—	1,099	0,906	0,858			1,107	0,964

ANNEXE N°: 2c

$\theta = 90°$ $\quad \eta = 0,5$ $\quad K_{sh} = 0,20$ $\quad K_{sv} = 0$

ϕ	δ	β → / K_a ↓ ξ_1 →	0				$1/3 \cdot \phi$				$2/3 \cdot \phi$				$1/1 \cdot \phi$			
			0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25
5°	0	$K_{a\gamma}$			1,137	1,104			1,205	1,150			1,288	1,200			1,398	1,255
		K_{ac}			1,187	1,143			1,258	1,184			1,349	1,229			1,476	1,278
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$			1,124	1,086			1,192	1,131			1,277	1,180			1,389	1,234
		K_{ac}			1,175	1,124			1,247	1,164			1,340	1,208			1,470	1,257
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$			1,113	1,069			1,181	1,113			1,267	1,162			1,380	1,215
		K_{ac}			1,165	1,105			1,238	1,146			1,333	1,189			1,465	1,237
10°	0	$K_{a\gamma}$		0,990	0,944	0,932		1,330	1,035	1,003			1,159	1,084			1,355	1,181
		K_{ac}		1,200	1,052	1,036		2,256	1,146	1,103			1,283	1,182			1,513	1,274
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$		0,984	0,922	0,904		1,356	1,013	1,386			1,139	1,051			1,338	1,144
		K_{ac}		1,226	1,028	1,004		2,404	1,124	2,555			1,264	1,145			1,501	1,234
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$		0,982	0,704	0,880		1,306	0,906	0,946			1,124	1,022			1,327	1,112
		K_{ac}		1,258	1,010	0,978		2,555	1,108	1,041			1,251	1,114			1,495	1,201
15°	0	$K_{a\gamma}$	0,811	0,803	0,793	0,789		0,960	0,891	0,871			1,035	0,970			1,294	1,095
		K_{ac}	—	0,975	0,946	0,940		1,270	1,051	1,024			1,213	1,126			1,527	1,255
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,798	0,785	0,766	0,757		0,956	0,864	0,835			1,009	0,929			1,273	1,046
		K_{ac}	—	0,970	0,914	0,902		1,311	1,021	0,982			1,186	1,078			1,509	1,199
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,795	0,777	0,748	0,733		0,962	0,846	0,807			0,993	0,896			1,262	1,009
		K_{ac}	—	0,979	0,893	0,873		1,364	1,002	0,950			1,170	1,041			1,503	1,156
20°	0	$K_{a\gamma}$	0,672	0,671	0,669	0,667	0,823	0,797	0,766	0,752		1,349	0,916	0,895			1,217	1,000
		K_{ac}	—	0,861	0,854	0,852	—	1,056	0,964	0,946		2,755	1,139	1,864			1,517	1,219
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,653	0,649	0,641	0,636	0,821	0,785	0,738	0,715		1,401	0,887	0,814			1,193	0,943
		K_{ac}	—	0,842	0,819	0,813	—	1,069	0,929	0,900		3,009	1,106	1,009			1,492	1,151
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,647	0,641	0,626	0,615	0,834	0,787	0,722	0,690		1,474	0,873	0,782			1,186	0,903
		K_{ac}	—	0,842	0,800	0,786	—	1,101	0,911	0,868		3,305	1,091	0,970			1,490	1,104
25°	0	$K_{a\gamma}$	0,564	0,564	0,563	0,563	0,680	0,672	0,655	0,646		0,992	0,802	0,753			1,127	0,897
		K_{ac}	—	0,772	0,771	0,770	—	0,928	0,881	0,869		1,655	1,060	0,995			1,482	1,168
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,543	0,542	0,538	0,536	0,671	0,657	0,629	0,611		1,012	0,774	0,707			1,100	0,836
		K_{ac}	—	0,747	0,737	0,733	—	0,927	0,846	0,823		1,807	1,025	0,937			1,453	1,092
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,539	0,536	0,527	0,520	0,680	0,660	0,617	0,590		1,056	0,764	0,679			1,100	0,797
		K_{ac}	—	0,746	0,721	0,712	—	0,953	0,831	0,795		1,968	1,014	0,901			1,456	1,044

ANNEXE N°:2d

$\theta = 90°$ $\eta = 0{,}5$ $K_{sv} = 0$ $K_{sh} = 0{,}30$

ϕ	δ	β / ξ_1 / k_a	0				$1/3 \cdot \phi$				$2/3 \cdot \phi$				$1/1 \cdot \phi$			
			0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25	0,00	0,05	0,15	0,25
5°	0	$K_{a\gamma}$			1,482	1,302			1,691	1,369			2,125	1,446				1,534
		K_{ac}			1,447	1,196			1,707	1,252			2,307	1,316				1,390
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$			1,480	1,284			1,692	1,351			2,137	1,427				1,515
		K_{ac}			1,450	1,180			1,718	1,236			2,334	1,299				1,373
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$			1,477	1,269			1,695	1,335			2,151	1,411				1,498
		K_{ac}			1,455	1,166			1,730	1,221			2,363	1,284				1,357
10°	0	$K_{a\gamma}$			1,151	1,092			1,331	1,191			1,693	1,312				1,468
		K_{ac}			1,148	1,068			1,346	1,154			1,798	1,260				1,397
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$			1,137	1,065			1,322	1,162			1,697	1,281				1,434
		K_{ac}			1,138	1,042			1,345	1,126			1,817	1,230				1,364
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$			1,127	1,043			1,318	1,138			1,707	1,255				1,406
		K_{ac}			1,134	1,020			1,349	1,103			1,841	1,205				1,338
15°	0	$K_{a\gamma}$		1,034	0,948	0,924			1,114	1,036			1,443	1,182				1,385
		K_{ac}		1,268	0,992	0,961			1,168	1,064			1,559	1,198				1,385
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$		1,041	0,928	0,893			1,098	1,001			1,439	1,142				1,339
		K_{ac}		1,337	0,974	0,929			1,157	1,028			1,568	1,157				1,339
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$		1,059	0,917	0,871			1,092	0,976			1,447	1,113				1,306
		K_{ac}		1,418	0,966	0,905			1,157	1,002			1,590	1,128				1,306
20°	0	$K_{a\gamma}$	0,831	0,816	0,795	0,784		1,171	0,947	0,899			1,249	1,055				1,289
		K_{ac}	—	0,943	0,879	0,865		1,803	1,041	0,977			1,394	1,129				1,354
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,831	0,809	0,773	0,754		1,208	0,928	0,863			1,241	1,011				1,233
		K_{ac}	—	0,962	0,857	0,832		1,971	1,025	0,939			1,396	1,082				1,297
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,847	0,816	0,764	0,735		1,265	0,924	0,841			1,251	0,984				1,198
		K_{ac}	—	1,002	0,849	0,811		2,173	1,024	0,914			1,418	1,053				1,261
25°	0	$K_{a\gamma}$	0,680	0,678	0,671	0,666		0,886	0,809	0,778			1,084	0,933				1,176
		K_{ac}	—	0,804	0,785	0,779		1,171	0,935	0,894			1,260	1,054				1,304
	$\frac{1}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,672	0,666	0,650	0,639		0,897	0,790	0,774			1,074	0,889				1,116
		K_{ac}	—	0,806	0,762	0,748		1,241	0,916	0,856			1,256	1,085				1,239
	$\frac{2}{3}\phi$	$K_{a\gamma}$	0,683	0,673	0,646	0,626		0,932	0,790	0,726			1,089	0,866				1,084
		K_{ac}	—	0,834	0,758	0,733		1,349	0,920	0,836			1,281	0,980				1,204